

Integración de información terrestre y satelital: un ejemplo para el caso del carbono orgánico en los suelos

·
·

Por:

**Fernando Paz Pellat
Claudio Balbontin Nesvara
Jorge Etchevers Barra**

Montecillo, Texcoco, Diciembre de 2006

1.- Introducción

El ciclo del carbono tiene un componente de gran magnitud en los suelos del planeta ya que se calcula que el carbono orgánico acumulado en el primer metro de suelo alcanza los 1550 petagramos (Eswaran *et al.*, 1995) lo que representa alrededor de un 75% de todo el carbono terrestre (Herderson, 1995). De éste anualmente, a través de proceso de respiración de los microorganismos del suelo, se liberan a la atmósfera alrededor de un 4-5% (Conteh, 1999). Estas emisiones equivalen a 10 veces el CO₂ liberado por la quema de combustibles fósiles, pero es vuelta a capturar en la producción de biomasa, tanto en ecosistemas terrestres como en los océanos, por lo que se espera cierto equilibrio entre las emisiones y las capturas. Sin embargo, cuando existe un cambio de uso de suelo y se altera este ciclo de emisiones, el equilibrio alcanzado por los sistemas naturales es alterado lo que se reflejará en mayores emisiones que capturas del gas CO₂ hacia la atmósfera. En este nuevo escenario, se calcula que las emisiones correspondientes al cambio de uso de suelo alcanzan un 35% de las producidas a través de la quema de combustibles fósiles (Schlesinger, 1999).

En este sentido, y ha raíz de estas dos actividades humanas, la concentración de CO₂ en la atmósfera ha cambiado significativamente. Para el periodo comprendido entre los años 900 al 1200 se calcula que su concentración alcanzaba valores de 280 ppmv y entre los años 1300 al 1800 de 280 ppmv (Lal *et al.* 1998). En contraste, para el año 1994 la concentración de este gas alcanzó las 358 ppmv (IPCC, 1996). Este dramático aumento de la concentración de CO₂ en la atmósfera tiene su origen principalmente en las dos actividades humanas mencionadas anteriormente: el cambio de uso de suelo y la quema de combustibles fósiles inducidas principalmente por la era industrial y por el crecimiento demográfico exagerado y las necesidades alimenticias del planeta.

En este escenario “desbalanceado”, el cambio en la concentración de CO₂ en la atmósfera ha promovido el aumento global de la temperatura del planeta en un fenómeno conocido como *efecto invernadero* lo que se traduciría posiblemente en un cambio climático global en el planeta. Dentro de este cambio climático se podrían esperar un aumento de la temperatura entre 1.4 °C a 5.8°C en el periodo 1990 al 2100 con “*un aumento significativo del riesgo para las sociedades y los ecosistemas*” (IPCC, 2000).

Para México la determinación del contenido de carbono orgánico en el suelo (COS) y su dinámica frente a cambios en la cobertura vegetal o cambios en el uso del suelo, es fundamental en la elaboración de inventarios de dentro de las obligaciones de México ante la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático (CMNUCC), en el contexto del Protocolo de Kyoto o en el diseño de programas confiables de pagos de servicios ambientales. En este sentido las futuras emisiones o capturas de carbono por los ecosistemas pueden ser caracterizadas solo si se tiene un real conocimiento de la relación entre la vegetación y el suelo donde esta se desarrolla, como también su comportamiento frente a condiciones climáticas de pasado o posibles escenarios futuros.

México durante los últimos años ha realizado esfuerzos importantes para actualizar su Inventario Nacional de Gases de Efecto invernadero (GEI) y hasta el momento el país ha publicado dos inventarios nacionales de GEI y esta por finalizar el tercero, desarrollados a

partir de metodologías propuestas por el Panel Intergubernamental sobre Cambio Climático (IPCC) en su guía versión revisada 1996 (IPCC, 2003). El primer inventario fue parte del Estudio de País sobre Cambio Climático (1995) y financiado por el Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente y el U.S. Country Studies Program, utilizando 1990 como año base. El segundo, se elaboró utilizando como año de referencia el 2000 y el tercero (próximo a finalizarse) tomó como año base el 2002.

Dentro de los resultados obtenidos en las primeras aproximaciones de la Tercera Comunicación (INE-SEMARNAT, en preparación), año base 2002, se establece que el sector de cambio de uso del suelo y silvicultura generó 98,885 Gg de CO₂, de los cuales los suelos contribuyeron con 30,344 mil Gg (31 %). Aunque estas estimaciones pueden considerarse como preliminares, se establece la importancia de la componente suelo en la generación de CO₂ y ubica al sector Uso de Suelo, Cambio de Uso de Suelo y Bosques (USCUSyB) como el segundo en importancia después del energético.

Históricamente, los cálculos de las emisiones dentro del sector USCUSyB han presentado problemas como son; las metodologías propuestas por el IPCC son inapropiadas en varios aspectos (i.e., las clases de vegetación utilizadas a nivel nacional vs las propuestas en la Guía 1996) y por otra parte en el país no existe una cultura que permita mantener estadísticas forestales utilizando metodologías consistentes a lo largo del tiempo y que reflejen series históricas. Estas deficiencias han conducido a carencias importantes y falta de credibilidad en los datos de actividad forestal que se requieren para elaborar el inventario de GEI.

Estos problemas han ocasionado que los inventarios de GEI del sector forestal se realicen aplicando niveles de aproximación o Tier (en inglés) más bajos, es decir Tier 1. Esto ha implicado simplificar la clasificación de la vegetación, en los parámetros asociados a las emisiones de GEI, y el uso de valores por defecto de la literatura internacional arrojando estimaciones del sector con niveles altos de incertidumbre y difícil de cuantificar dentro del inventario nacional. En la Segunda Comunicación Nacional los sectores actualizaron el inventario hasta el año 2000 bajo un Tier 2, mientras que el inventario forestal se estimó solamente hasta el período 94-96 debido al rezago y poca confiabilidad de la información forestal, particularmente sobre las tasas de deforestación y densidades de biomasa y carbono en los suelos.

Pensando hacia el futuro, las metodologías que se desarrollen para encarar esta problemática deben apuntar a niveles de aproximación máximos (Tier 3) actualizando las emisiones derivadas del sector USCUSyB anualmente, a partir de datos de actividad, factores de emisión locales, confiables y actualizados para mejorar y determinar la certidumbre de las emisiones de GEI para el sector. Afortunadamente hoy se cuenta con bases de información más adecuadas y confiables (esfuerzos INEGI y CONAFOR) que permiten mejorar las estimaciones de GEI a nivel nacional además de herramientas de mayor desarrollo tecnológico (satélites), aunado a un desarrollo intelectual adecuado para el desarrollo de metodologías de procesamiento de la información.

2. Contexto Nacional

En la República Mexicana se han llevado a cabo variados levantamientos tanto de suelo como de vegetación los cuales han intentado tener una cobertura completa del país. Los principales levantamientos de vegetación con cobertura total de México han sido la **Serie I** realizada entre los años 1968 y 1986 a partir de imágenes aéreas y sitios de verificación en campo, sin corrección cuantitativa de la confiabilidad de la cartografía de uso del suelo y 300 categorías de vegetación; la **Serie II** llevada a cabo entre los años 1993 y 1996 correspondiente a una actualización de la cartografía de la Serie I a partir de la interpretación visual de espaciomapas derivados de la composición a color de imágenes Landsat TM y 600 categorías de uso de suelo. Por su parte el Instituto de Geografía de la UNAM realizó entre los años 1992 y 1994 el **Inventario Forestal Nacional Periódico** el cual fue una actualización de las áreas forestales de la cartografía de la Serie I con base en el análisis visual de 74 imágenes Landsat TM resultando un mapa híbrido con información actualizada e información antigua de la Serie I (Velásquez *et al.* 2002). Finalmente en el año 2000, el Instituto de Geografía de la UNAM llevó a cabo la primera fase del **Inventario Forestal Nacional** (IFN) 2000-2001 que consistió en la actualización de la información digital de la Serie II de INEGI, a partir de la interpretación visual de composiciones a color de imágenes Landsat ETM+ y el nivel más detallado comprende 75 categorías de uso de suelo (Palacio *et al.*, 2000).

Si bien estos estudios han representado una gran contribución en la investigación en los patrones y tendencias del cambio de uso de suelo, presentan muchos problemas de interpretación ya que las categorías vegetacionales no fueron exactamente las mismas en los diferentes estudios lo que hace muy difícil sus compatibilidades y comparaciones. Por otra parte, estos estudios presentan problemas de calidad en la georeferenciación.

Finalmente se debe mencionar la base de datos de uso de suelo realizada por **COTECOCA** entre los años 1968 y 1981 la cual aporta información orientada al uso ganadero de la vegetación.

Por su parte, los principales estudios edafológicos con valores de carbono orgánico en los suelos y cobertura nacional, han sido realizados por INEGI en su estudio *Información Nacional sobre Perfiles de Suelo, Versión 1.2* (INEGI, 2004) y por SEMARNAT conjuntamente con el Colegio de Postgraduados, en el estudio *Procesos de degradación del suelo causada por el hombre en la República Mexicana, a escala 1:250,000* (SEMARNAT-CP, 2001). Los levantamientos realizados por el INEGI, si bien representan avances significativos en la cobertura nacional de los muestreos de carbono en suelos, su principal deficiencia corresponden a problemas de tipo temporal ya que fueron realizados en un periodo de tiempo muy extenso, comenzando en el año 1979 continuando hasta nuestros días (Figura 1). Esta variación temporal de los muestreos conlleva a dificultades al momento de hacer comparaciones entre los valores de COS dentro de las unidades de suelo de la República y generará errores al intentar desarrollar correlaciones entre los distintos tipos vegetacionales y los valores de carbono en el suelo.

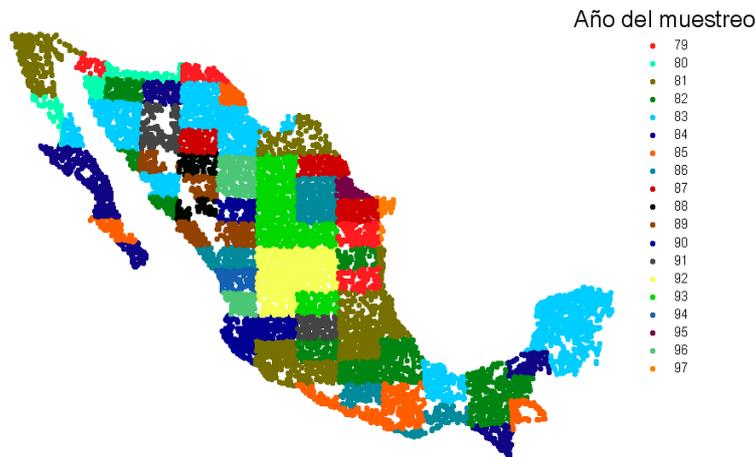


Figura 1. Representación esquemática de los años de las diferentes campañas de muestreo realizadas por el INEGI (adaptado de Perfiles V.12, INEGI 2004).

Esta situación lleva necesariamente a la estandarización de los muestreos dentro de un espacio de temporalidad que permita su comparación. Una alternativa para salvar este desfase entre los muestreos suelo-suelo y suelo-vegetación es, a través de los datos de **Condición de la Vegetación** al momento de muestreo para realizar una estandarización. Esta metodología será explicada en el transcurso del presente proyecto.

Por otra parte, en los muestreos realizados por INEGI no se incorporó evaluaciones de la densidad aparente y porcentaje de fragmentos gruesos lo que disminuye su confiabilidad al momento de realizar transformaciones volumétricas del contenido de carbono aportando significativos valores de incertidumbre a las estimaciones.

Por su parte, el estudio SEMARNAT-CP, si bien presenta una cobertura aceptable del territorio nacional no logró representar todas las sub-unidades de suelo presentes en el país. En este estudio la profundidad de los muestreos en los sitios fue de 20 cm., lo que no alcanza a cumplir con los requerimientos mínimos de muestreo para COS para inventarios según las directrices del IPCC (IPCC, 1996); aunque tiene la gran ventaja de presentar valores de densidad aparente. Esta base de datos, al igual que la base de INEGI, presenta valores de carbono que deben ser estandarizados bajo el concepto de **Condición de la Vegetación** para que de ésta manera se logre hacer comparables los valores de COS entre las unidades de suelo y poder realizar correlaciones suelo y biomasa.

Las bases de datos de suelo y vegetación en México han sido diseñadas y levantadas por separado e incluso con propósitos completamente diferentes. Generalmente, la temporalidad de los muestreos ha sido dependiente de la disponibilidad de recursos económicos y la densidad de los muestreos ha sido definida con base en la heterogeneidad, la cual no siempre es coincidente entre los grupos de vegetación y las unidades de suelo. Así, al analizar estas bases se puede observar que en los muestreos de la vegetación no se registró el valor del COS y tampoco cuando se muestreo COS se levantó el valor de la vegetación (biomasa). Por estos motivos al momento de querer relacionar los valores de COS y vegetación o uso de suelo, se aprecia que en la mayoría de los sitios no existe coincidencia espacial y si llega a existir, no hay coincidencia temporal.

En este sentido, en la dinámica del carbono en el suelo, la producción primaria neta (PPN, cantidad de biomasa producida por las plantas menos las pérdidas por respiración) juega un papel fundamental al momento de definir el potencial de acumulación del carbono en el sistema y no puede ser considerada por separado (ni espacial ni temporalmente) al momento de realizar un inventario de COS. El problema de este análisis radica en que al establecer una relación **directa** entre la biomasa aérea y el COS no se considera que los tiempos de residencia (tiempo que permanece el carbono como producto vegetal antes de volver a su forma original en este caso CO₂ y agua) y resiliencia (capacidad de un elemento para soportar una alteración externa que cambie su composición original definitivamente) son completamente distintos entre ellos. Por otra parte, muchas veces los valores muestreados de biomasa pueden corresponder a una situación estacional o temporal (año lluvioso, año seco, etc.) mientras que los valores de COS pueden corresponder a una situación “histórica” mas estable lo que puede llevar a encontrar bajos niveles de correlaciones entre estas dos variables como se puede ver en la Figura 2.

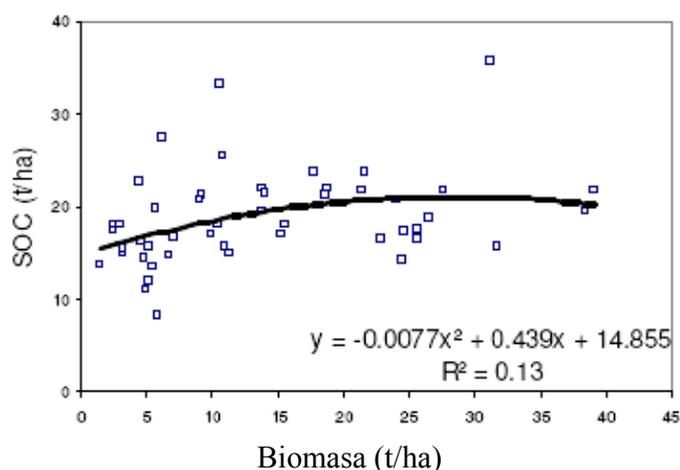


Figura 2. Correlación entre biomasa y COS en un arenosol (Aynekulu, 2003).

Este desfase entre los dos principales almacenes de carbono orgánico terrestre queda demostrado si se considera que a escala global el suelo es por mucho el almacén de carbono más importante en los ecosistemas terrestres y es 3 veces superior en magnitud al reservorio de carbono en la vegetación (Post *et al.*, 1990; Schlesinger, 1991).

En este punto surge otro factor a considerar en el análisis de las bases de datos: la variabilidad espacial de los valores de carbono en el suelo como en la vegetación. Es de tal magnitud dicha variabilidad que hoy en día no se ha permitido diseñar una estrategia de muestreo confiable o de un costo aceptable. En este sentido las complejas respuestas de los almacenes COS en términos de magnitud y dirección frente a un cambio en el uso del suelo, el monitoreo de pequeños incrementos en el contenido de carbono en suelos dentro de un almacén enorme, los largos períodos de tiempo que comprenden verificaciones de los beneficios, sumado a la alta variabilidad local del contenido de carbono y lo costoso de los muestreos exhaustivos y el análisis de laboratorio hacen que el mercado de carbono en

suelos no haya detonado ya que sólo los reservorios medibles y monitoreables pueden ser solicitados para créditos de carbono (Oliva y Masera, 2004).

Por otra parte, en la extrapolación de los valores obtenidos a través de los muestreos puntuales de COS, necesariamente se deben utilizar procesos de escalamiento de la información (pocos cm^3 de suelo analizado en laboratorio extrapolados a millones de m^3 de suelo en el país). El orden de magnitud del problema es de una escala de seis (Paz, 2006). A pesar de existir una cobertura visual satisfactoria del muestreo del COS y vegetación sobre el territorio nacional, ésta sigue siendo extremadamente baja en densidad y se necesitaría grandes esfuerzos de muestreo para poder salvar la variabilidad espacial que conlleva este tipo de información. En resumen, la escasez de información en el ámbito espacial, limita la obtención de estimados estadísticos confiables.

El manejo de esta situación lleva asociada grandes valores de incertidumbre si se utilizan los métodos tradicionales de interpolación (mínimos cuadrados, regresión lineal simple, kriging ordinario, modelos aditivos, etc.). Para mejorar su manejo y realizar interpolaciones “*inteligentes*” se han propuesto metodologías que adicionan información secundaria que orienta el proceso de interpolación, dando peso a cada una de estas informaciones secundarias dependiendo del grado de incertidumbre asociado a su origen. De esta manera por un lado, se controla el proceso de extrapolación y por otro se cuantifican las incertidumbres asociadas al proceso. Existen herramientas que permiten estudiar la distribución de las propiedades del suelo, independiente del tamaño de la unidad de observación, como el análisis geostadístico (Warrick *et al.*, 1986). Este análisis ha sido utilizado por varios autores como Trangmar *et al.* (1987), Stein *et al.* (1997), Schomberg *et al.* (2000) como una herramienta que permite examinar, describir y mapear la variabilidad espacial de las propiedades del suelo.

3.- Objetivos

El objetivo de del presente anexo es diseñar un marco teórico robusto a través del cual se puedan realizar inventarios dinámicos del contenido de carbono en los suelos de la República Mexicana a partir de información edafológica estática corregida a partir de factores ecológicos dinámicos y escalada a las dimensiones de imágenes de satélite, con una periodicidad anual y un nivel de incertidumbre minimizado y cuantificable.

En este sentido, con el desarrollo de la metodología propuesta, se podrá garantizar la generación de comunicaciones nacionales anuales de emisiones de CO_2 en el sector forestal al realizar los balances correspondientes entre años consecutivos.

El estudio también tendrá como objetivo secundario el diseño de una metodología auditable que permita generar un marco confiable para el pago de servicios ambientales captura de carbono que relacione tanto las capturas y emisiones en la biomasa aérea como subterráneas.

4.- Materiales y métodos

4.1.- Fuentes de información

La fuentes de información que se utilizaran en la presente investigación serán principalmente de dos tipos; información primaria o directa que corresponde a datos medidos in situ (información dura medida en campañas terrestres) e información indirecta o secundaria (información que llamaremos blandos) que tienen directa relación con la variable primaria a estudiar, en este caso el COS, y que pueden aportar orientación al momento de realizar interpolaciones, ejemplos de este tipo de información son, reflectancia del suelo a partir de imágenes LANDSAT TM, productividad primaria neta, polígonos edafológicos, polígonos climáticos, modelos de elevación digital, etc.

La gran mayoría de los métodos de interpolación disponibles suavizan la información al interpolarla (dominio de atracción gaussiano, entonces métodos lineales), reduciendo la variabilidad natural del carbono en el suelo por artefactos del método de análisis. En especial, si consideramos el marco teórico de los procesos multifractales como una herramienta de análisis (Paz, 2006), entonces es necesario el desarrollo de un enfoque de interpolación que considere en forma adecuada la variabilidad asociada a los procesos multifractales.

Una forma de reducir la limitación inherente en la baja cobertura de los muestreos de COS en México es considerar del uso de información de contexto o indirecta para poder estimar en forma más robusta los parámetros de los modelos de interpolación. Por ejemplo, el Continuo de Elevaciones Mexicano (CEM) con una resolución espacial de 30 m x 30 m, con un cubrimiento exhaustivo del territorio Mexicano. Así, podemos usar variables geomórficas desarrolladas a partir del CEM para definir relaciones con las variables climatológicas y usar esta información indirecta, pesada por su incertidumbre asociada, para condicionar las estimaciones espaciales de las variables edafológicas.

En esta investigación se propone utilizar Teoría Geostadística Indicadora Bayesiana Generalizada (GIB-G) como una primera aproximación para fusionar el uso de información “blanda” (indirecta) y “dura” (medida), usando como marco de referencia la Teoría Bayesiana (Paz, 2006).

4.2.- Información Satelital

Los inventarios de COS pueden ser complementados con el uso de la tecnología de los sensores remotos haciendo uso de la información espectral (radianzas convertidas a reflectancias) disponible en las imágenes satelitales. La información proveniente de sensores instalados en plataformas satelitales puede ser una herramienta adecuada al momento de realizar estudios con gran cubrimiento territorial como son los estudios a escala país. Esto significa que con bajo impacto económico se puede lograr la supervisión de grandes extensiones de terreno en un plazo relativamente breve dependiendo de la frecuencia de visita del satélite del área y del proceso a implementar. Aún así, los costos involucrados en la supervisión de los sitios de interés son mucho menores a los que significaría visitarlos físicamente por un profesional. Bajo este esquema la herramienta

satelital pareciera ser una gran solución a la investigación. Lamentablemente, el desarrollo de algoritmos de interpretación de la información reportada por los satélites no ha avanzado con la velocidad necesaria y hoy en día esta herramienta está desprestigiada debido principalmente al desarrollo de correlaciones forzadas y válidas solo para condiciones muy locales.

El uso de la información satelital de manera indiscriminada y directa sin un nivel de razonamiento y procesamiento adecuado puede llevar a resultados muy negativos e incluso al abandono de la tecnología. En la Figura 3 se indican correlaciones clásicas entre índices de vegetación como son el NDVI y el SAVI (ambos de imágenes LandSat TM) con los valores de COS obtenidos con muestreos terrestres (Aynekulu, 2003). Como se puede apreciar los valores de r^2 obtenidos (0.33 y 0.35) son muy bajos y casi declaran independientes al COS del desarrollo de la vegetación. Una vez más se ve como el uso de la información indirecta no aporta nada al desarrollo del tema aparentemente.

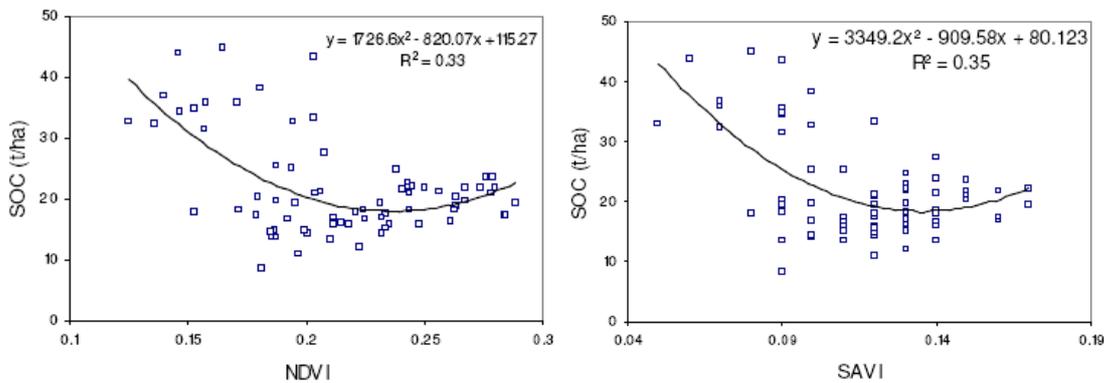


Figura 3. Relación entre NDVI vs COS y SAVI vs COS (Aynekulu, 2003).

Dentro de los beneficios más destacables del trabajo con sensores instalados en satélites se puede mencionar la temporalidad; gracias a visitas frecuentes a la misma "escena" se puede monitorear el ciclo de desarrollo de la vegetación (fenología) tanto dentro del ciclo anual como del interanual. En este sentido el sensor AVHRR (así como el MODIS y LANDSAT), que está operativo desde el año 1978, asegura estudios retrospectivos y gracias a la temporalidad de las visitas, se pueden realizar estudios de cambio de uso de suelo y zonas con mayor presión poblacional, permitiendo desarrollar tendencias de expansión y proyecciones futuras. Cabe la pena mencionar que esta información (aproximadamente 60,000 imágenes, Figura 4) ya fue recopilada y se encuentra disponible en el banco de imágenes del *Grupo de Gestión de Riesgos y Recursos Naturales Asistida por Sensores Remotos* del Colegio de Postgraduados y a disposición de la presente investigación. En el presente proyecto se propone utilizar justamente el sensor multiespectral AVHRR (Advanced Very High Resolution Radiometer), el cual cuenta con bandas en el visible y en el térmico (rango 580 hasta los 1100 nm) con una resolución temporal diaria. Presenta una resolución espacial de 1 km^2 a nadir (píxeles de $1,100 \text{ m} \times 1,100 \text{ m}$).

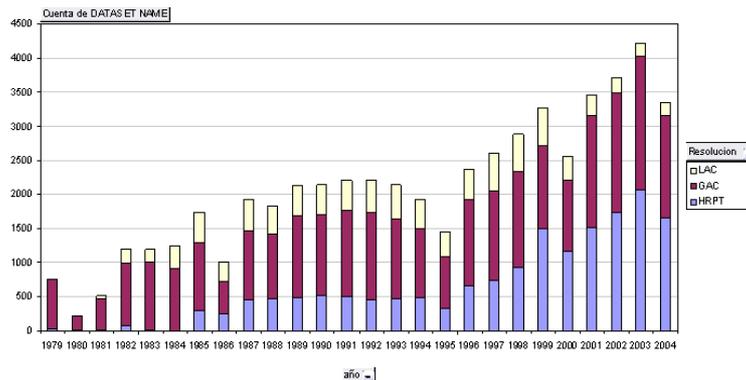


Figura 4. Banco de imágenes del sensor AVHRR disponibles en banco de imágenes del Grupo de Gestión de Riesgos y Recursos Naturales Asistida por Sensores Remotos Colegio de Postgraduados.

Otra ventaja que se puede mencionar del uso de satélites es la identificar de grados de coberturas de la vegetación. En este sentido, la condición de un grupo vegetacional con respecto a otros sitios conocidos, identificados a través de estimaciones del índice de área foliar, producción primaria neta (biomasa), número de individuos por metro cuadrado, grados de fragmentación, etc. pueden dar información acerca de la “salud” de un conglomerado y representar el estado o condición en que se encuentra al realizar estudios de sucesiones vegetacionales dentro del contexto denominado *Estados y Transiciones*.

Un tipo de modelo que permite capturar las dinámicas de no-equilibrio al nivel de sitio (mapas de grupos similares de suelo) son llamados **Modelos de Estados y Transiciones (MET)**. Este concepto puede ser aplicado a estudios edafológicos y tendrá que ver con la evolución de un suelo afectado por eventos naturales como son el desarrollo de la vegetación, el clima, el balance hídrico, el material parental o evento externos como el manejo humano, erosión, agotamiento, fuego, etc. (Stringham *et al.*, 2001).

Actualmente, los indicadores de estados están basados en vegetación (grupos funcionales), pero las dinámicas de las propiedades del suelo o las interacciones suelo- planta, como patrones espaciales o patrones temporales, pueden servir también diferenciar los estados. Los patrones pueden ser asociados al grado de perturbación de la vegetación usando un modelo de estados y transiciones (Westoby *et al.*, 1989). El suelo como unidad puede responder a dichos eventos con cambios en su estructura de mayor o menor magnitud dependiendo de la intensidad y el periodo que este bajo la influencia del evento. El evento puede provocar un cambio de tan magnitud que provoque la ruptura de la unión genética con su entorno sacarlo a un sitio eco-sistémico distinto. La capacidad que tenga un suelo para seguir funcionando dentro de un ecosistema dado se deberá a características inherentes de él y a la dinámica de las propiedades que lo conforman y su respuesta al evento. Las propiedades del suelo podrán ser clasificadas en dinámicas (humedad, COS, nutrientes, profundidad de la capa superficial, agregación, costras, salinidad, edafofauna, etc.) y estáticas o intrínsecas (textura, mineralogía, pendiente, aspecto, etc.). Un buen ejemplo de las propiedades dinámicas del suelo que afectan su función hidrológica son; la estabilidad superficial, la cantidad de suelo desnudo, la tasa de infiltración, la compactación

superficial, etc. (Figura 5). Los cambios tendrán efectos reversibles, irreversibles, soportables, no soportables, dinámicos, estáticos, etc.

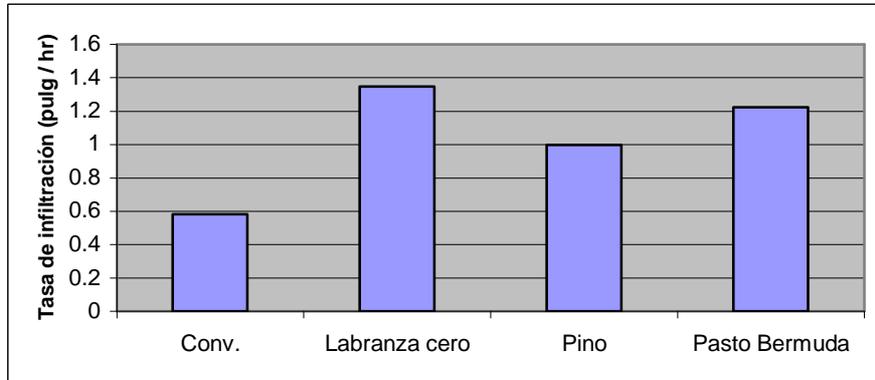


Figura 5. Ejemplo de una de las dinámicas de las propiedades (tasa de infiltración) de suelo de acuerdo al uso del suelo (Tugel and Brown, 2001).

Bajo este esquema el desafío es identificar que tipo de información del suelo permitirá realizar correctas proyecciones de su comportamiento actual (estado) y de los posibles cambios que él sufra (transiciones). Es por esto que el suelo puede ser considerado un indicador temprano de traspaso de umbrales que alteraran definitivamente la estabilidad de un ecosistema.

En este sentido la presente investigación considera la utilización del esquema de *Estados y Transiciones* y con su uso se pretende estandarizar los muestreos de carbono en suelos existentes en México asignándole un factor de condición a la vegetación de donde proviene el valor de COS y así, al momento de definir estructuras de modelación se podrán asignar posibles trayectorias de transición (Figura 6).

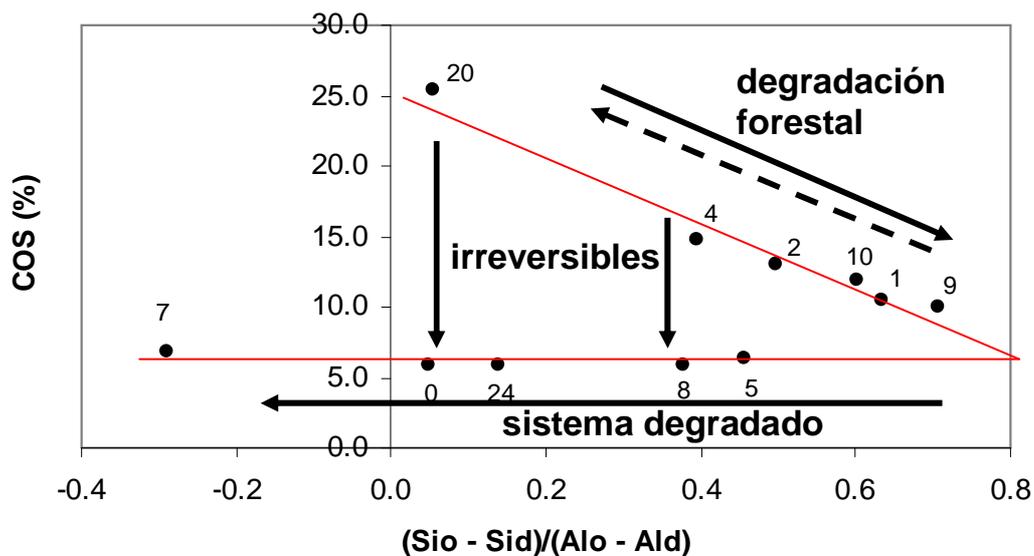


Figura 6. Definición experimental de la relación entre el COS y la relación Óxidos de silicio y aluminio bajo la óptica del concepto de *Estados y Transiciones*.

Con respecto a la estimación de las variables asociadas a los suelos utilizando sensores remotos, los estudios han sido diversos y enfocados a características del suelo asociadas con las reflectancias: textura (Coleman y Tadesse, 1995; Palacios-Orueta y Ustin, 1996; Chabrillat *et al.*, 2002), color (Fernández y Schulze, 1987; Post *et al.*, 1994; Galvao *et al.*, 1997; Mattikalli, 1997; Sanchez-Marañon *et al.*, 2003), materia orgánica y óxidos de hierro (Galvao *et al.*, 1997; Chen *et al.*, 2000; Udechoven *et al.*, 2003) y salinidad (Metternilat y Zinck, 2003). También los sensores satelitales permiten monitorear la evolución del contenido de humedad en los suelos (balance hídrico), el balance de energía a través de evaluaciones de su temperatura (Izaurrealde, 2005). Finalmente y en relación al suelo, se ha evaluado la dinámica de la captura de carbono a través de evaluaciones espaciotemporales de parámetros de la vegetación como son el tipo, la cobertura, la productividad, etc. En lo general, la metodología usada para asociar la información espectral a las propiedades físicas y químicas de los suelos ha sido el uso de técnicas estadísticas multivariadas.

Uno de los problemas detectados en el uso de sensores en los estudios de suelo son los efectos atmosféricos y escalas. El caso del efecto atmosférico es ampliamente discutido por Paz *et al.* (2005), proponiendo esquemas operacionales para eliminar o reducir este efecto en las bandas del rojo (R) e infrarrojo cercano (IRC). Afortunadamente este par de bandas espectrales son comunes en prácticamente todos los satélites públicos y comerciales y son las dos únicas bandas disponibles en el espectro de onda corta (a excepción del infrarrojo medio como opción en los nuevos sensores).

5.- Problemática y metodologías

5.1.- Efecto de escala, y variabilidad espacial, usando la teoría de procesos multifractales

En lo referente a la escala de muestreo y la resolución espacial de las imágenes satelitales es necesario desarrollar un marco metodológico que permita realizar estimaciones espaciales en forma confiable, además de cuantificar en forma explícita las incertidumbres asociadas a esas estimaciones (IPCC, 2000), situación que hasta el momento no está resuelta. ¿Cómo llevar muestreos de pocos centímetros cúbicos de suelo a millones de metros cúbicos de suelo como ocurre en los estudios a nivel país? Un esfuerzo sobresaliente de un inventario nacional de carbono orgánico en los suelos a nivel de país es el realizado por Etchevers *et al.* (2006). El método de estimación espacial utilizado en este trabajo fue el del inverso de la distancia. En el presente proyecto se hará uso de una propuesta de metodológica de modelación del efecto de escala, y variabilidad espacial, usando la teoría de procesos multifractales (Paz *et al.*, 2006). Utilizando esta teoría se definió el cambio de escala de los muestreos del COS estimando una la función universal de escalamiento del COS de los suelos de México. Para esto se analizó las funciones de estructura espaciales usando una base de datos de COS (SEMARNAT-CP, 2001-2002) y estimó los parámetros de la función.

Para introducir a los procesos multifractales, podemos utilizar la fenomenología de las cascadas multiplicativas ampliamente utilizadas en el estudio del fenómeno de la turbulencia. Considérese el caso de una cascada unidimensional, donde la escala más externa (mayor) esta dada por L y ésta es dividida en segmentos iguales de longitud l a cada paso de la cascada. La razón de escala $\lambda=L/l$, $\lambda>1$, está dentro del rango $1 \leq \lambda \leq \Lambda$, donde $\Lambda=L/l_{\min}$, y l_{\min} la escala mínima del proceso de cascada. Sin pérdida de generalidad, podemos hacer $L = 1$ (Figura 7).

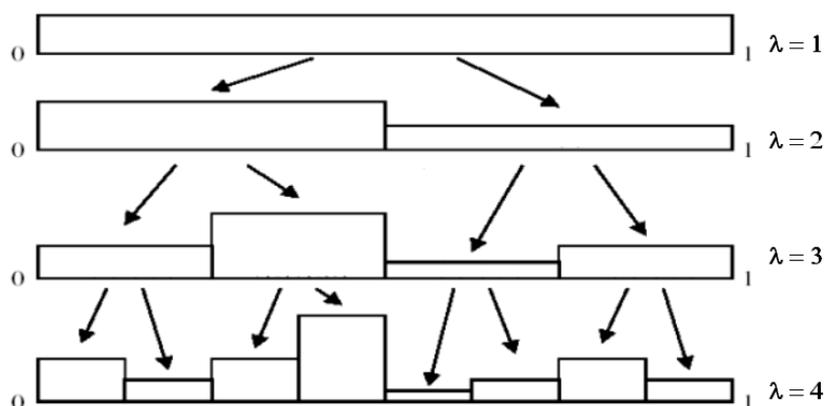


Figura 7. Cascada multiplicativa discreta binomial.

Ahora bien, si consideramos una variable Z (densidad = concentración/espacio), a la escala L con $\lambda=L/L=1$, la podemos normalizar para que su promedio sea uno:

$$\phi_1 = \frac{Z_1}{E[Z_1]} \tag{1}$$

De esta manera, a la escala $L (=1)$ tenemos que el área de la Figura 1 en $\lambda = 1$ es unitaria. La densidad a la escala λ es transferida multiplicativamente a la escala inferior siguiendo un proceso binomial conservativo, de tal forma que el promedio se conserva (el área en la Figura 5 es la misma para todos los pasos de la cascada):

$$E[\phi_\lambda] = 1, \forall \lambda \tag{2}$$

La escala superior modula en forma multiplicativa la transferencia de densidad a la escala inferior a través de generadores estocásticos:

$$\phi_\lambda = \lambda^\gamma \phi_1 = \lambda^\gamma \tag{3}$$

Donde γ es el generador u orden de singularidad del proceso. De la ecuación (3) el orden de singularidad esta dado por:

$$\gamma = \frac{\log(\phi_\lambda)}{\log(\lambda)} \quad (4)$$

La cascada descrita se denomina el modelo α (Schertzer y Lovejoy, 1983) y tiene la propiedad que el límite de la cascada (cuando el número de pasos tiende al infinito) está dado por:

$$\Pr\{\phi_\lambda \geq \lambda^\gamma\} \approx \lambda^{-C(\gamma)} \quad (5)$$

Donde Pr es la probabilidad y el signo \approx significa igualdad dentro de factores constantes o variando lentamente (tal como la función logarítmica). La función $C(\gamma)$ es la codimensión del proceso y está dada por:

$$C(\gamma) = d - D(\gamma) \quad (6)$$

Donde d es la dimensión del proceso ($d = 1$ en el caso unidimensional) y $D(\gamma)$ es la dimensión fractal asociada al orden de singularidad γ .

Bajo condiciones más o menos generales, las propiedades de una distribución de probabilidad de una variable aleatoria pueden ser especificadas en forma equivalente como:

$$E[(\phi_\lambda)^q] \approx \lambda^{K(q)}, \quad \lambda > 1 \quad (7)$$

Donde $K(q)$ es la función escalante de los momentos estadísticos.

La relación entre $C(\gamma)$ y $K(q)$ se reduce a la transformada de Legendre (Parisi y Frisch, 1995) para razones de escala grandes ($\lambda \gg 1$):

$$K(q) = \max_\gamma \{q\gamma - C(\gamma)\} \Leftrightarrow C(\gamma) = \max_q \{q\gamma - K(q)\} \quad (8)$$

Esta ecuación implica que hay una correspondencia uno a uno entre las singularidades y los ordenes de los momentos: para cualquier orden q hay asociada una singularidad γ que maximiza $q\gamma - C(\gamma)$ y es la solución $C'(\gamma_q) = q$. En forma similar, para cualquier singularidad γ hay asociado un orden de momento q que maximiza $q\gamma - K(q)$ y es la solución de $K'(q_\gamma) = \gamma$. La única restricción en $C(\gamma)$ y $K(q)$ es que deben ser convexas.

La cascada mostrada en la Figura 5 genera una función de codimensión con un número infinito de dimensiones fractales asociadas a las singularidades del proceso (dentro de un valor mínimo y máximo definido). Por la razón mencionada, la cascada multiplicativa descrita es un multifractal. De la ecuación (5), un multifractal tiene asociadas probabilidades que dependen de la escala de observación, por lo que para un valor dado de γ (o de ϕ), por ejemplo el contenido de materia orgánica, su probabilidad de excedencia (o momentos estadísticos) estará en función de la escala en que está integrado (promediado) el proceso.

Para caracterizar un proceso multifractal (con un número infinito de grados de libertad) es necesario caracterizar un número infinito de dimensiones fractales, lo que hace poco práctico este análisis. Para solucionar este inconveniente, asociado a cascadas multiplicativas discretas, es necesario plantear el proceso como una cascada continua y analizar sus límites para determinar funciones universales.

Usando generadores de variables aleatorias Levy-Estables en un proceso continuo de cascada multiplicativa, es posible definir funciones universales escalantes que caracterizan en forma completa a un proceso multifractal conservativo (Schertzer y Lovejoy, 1987, 1989, 1991; Brax y Pechanski, 1991 y Kida, 1991):

$$\begin{aligned}
 C(\gamma) &= \begin{cases} C_1 \left(\frac{\gamma}{C_1 \alpha^1} + \frac{1}{\alpha} \right)^{\alpha^1}, & \alpha \neq 1 \\
 C_1 \exp \left(\frac{\gamma}{C_1} + 1 \right), & \alpha = 1 \end{cases} \\
 K(q) &= \begin{cases} \frac{C_1}{\alpha - 1} (q^\alpha - q), & \alpha \neq 1 \\
 C_1 q \ln(q), & \alpha = 1 \end{cases} \quad (9) \\
 \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^1} &= 1
 \end{aligned}$$

Donde:

C_1 = Es la codimensión de la singularidad media del proceso, mide la fractalidad promedio ($0 \leq C_1 \leq d$).

α = Es el índice de Levy ($0 \leq \alpha \leq 2$), el cual define que tan rápido se incrementa la fractalidad con singularidades más y más grandes. Para $\alpha = 2$, el proceso es log normal.

En procesos conservativos ($E[\phi_\lambda] = 1$), tenemos que $K(1)=0$, lo que corresponde, por la transformada de Legendre, al hecho de que la singularidad media del proceso $C_1=K'(1)$ es un punto fijo de $C(\gamma)$ en $\gamma_1=C(\gamma_1)=C_1$, por lo que $C'(C_1)=1$.

La función universal escalante que caracteriza las propiedades probabilísticas de un multifractal, con un número infinito de dimensiones fractales, depende de solo dos parámetros: α y C_1 .

Ahora, para procesos multifractales no conservativos ($E[\phi_\lambda] \neq 1$), es necesario introducir un nuevo parámetro en las funciones universales:

$$\begin{aligned}
 C(\gamma) &\rightarrow C(\gamma + H) \\
 K(q) &\rightarrow K(q) - qH \quad (10)
 \end{aligned}$$

Donde H es un parámetro bautizado en honor a Hurst, que mide el grado de no conservación del proceso ($0 \leq H \leq 1$).

Las funciones universales introducidas, conservativas o no, requieren contar con información muestral a diferentes escalas de observación, lo que hace extremadamente difícil la caracterización de los parámetros de éstas funciones, dada la información generalmente disponible (con excepción del campo de sensores remotos). Un enfoque alternativo es utilizar diferencias de variables, para un escala fija muestral, como una forma equivalente de caracterizar las relaciones escalantes.

En el fenómeno de turbulencia, una cascada multiplicativa modula un proceso donde los vórtices grandes transmiten su energía de disipación a vórtices más pequeños hasta llegar a la escala de Kolmogorov, donde la energía es disipada por viscosidad. Bajo la hipótesis de similaridad débil de turbulencia (Kolmogorov, 1962) tenemos que (análisis dimensional):

$$\begin{aligned} \Delta V_\lambda &\approx \varepsilon_\lambda^{1/3} \lambda^{-1/3} \\ \Delta V_\lambda &= |V_\lambda(x) - V_\lambda(x+h)| \end{aligned} \quad (11)$$

Donde ΔV es el cortante de velocidad turbulenta (x es una coordenada espacial o temporal y h es una distancia elapsada) y ε es la tasa de disipación de energía cinética por unidad de masa. El cortante de velocidad es una variable no conservada que esta relacionada con la tasa de disipación, la cual es una variable conservada. De acuerdo con la relación (11), podemos estimar la variable conservada por una diferenciación fraccional de orden -1/3 de la variable no conservada.

De la ecuación (11) podemos establecer una relación genérica del tipo:

$$\begin{aligned} \Delta Z_\lambda &\approx \phi^a \lambda^{-H} \\ \Delta Z_\lambda &= |Z_\lambda(x) - Z_\lambda(x+h)| \end{aligned} \quad (12)$$

Donde a λ la podemos hacer igual a uno si no se conoce (un cambio en a implica sólo un cambio en el parámetro C_1) y H es el parámetro de Hurst previamente discutido. La relación (12) es utilizada en forma empírica en este trabajo por no contar con las ecuaciones (sistema no lineal de derivadas parciales) que definen la génesis del contenido de materia orgánica en el suelo. No obstante esto, es posible realizar un análisis dimensional que permita establecer una relación similar al de turbulencia utilizando estas técnicas en los suelos (Tillotson y Nielsen, 1984).

De la ecuación (7) y (12) con a = 1, tenemos que:

$$\begin{aligned} E[(\Delta Z_\lambda)^q] &\approx \lambda^{-\zeta(q)} \\ E[(\Delta Z_\lambda)^q] &= E[|Z_\lambda(x) - Z_\lambda(x+h)|^q] \\ \zeta(q) &= qH - K(q) \end{aligned} \quad (13)$$

Donde $E[(\Delta Z_\lambda)^q]$ es llamada función de estructura (Monin y Yaglom, 1975) y $\zeta(1)=H$.

Definiendo $\lambda = h_{\max}/h$, $h \approx \lambda^{-1}$ y h_{\max} es la escala exterior L , para una escala fija, tenemos que:

$$\begin{aligned} E[(\Delta Z_h)^q] &\approx h^{\zeta(q)} \\ E[(\Delta Z_h)^q] &= E\left[Z(x) - Z(x+h)\right]^q \end{aligned} \quad (14)$$

En geoestadística, al caso $q = 2$ se le llama variograma (Goovaerts, 1997) y es la función básica de correlación espacial (o temporal) utilizada en esta teoría, la cual tiene un dominio de atracción gaussiano (varianza finita). La función de estructura es más general que la usada en geoestadística, además de relacionar las variaciones espaciales en función de la escala de observación. Journel (1988) propuso la utilización de $q=0.5$ y $q=1$ como una forma de evitar la gaussianidad implicada en las estimaciones geoestadísticas usando el método del kriging, pero lo planteo como un método *ad hoc* sin explorar sus bases escalantes.

Un proceso monofractal (aditivo) tiene $\zeta(q) = qH$ ($\alpha = 0$ bajo la perspectiva multifractal), por lo que la función de estructura multifractal mide el grado de desviación de la monofractalidad.

La aplicación de multifractales en los suelos, modelación de las dimensiones del proceso, ha sido intentada previamente (Kravchenko *et al.*, 1999; y Echball *et al.* 2003); aunque utilizando un marco teórico muy restrictivo y sin caracterizar funciones universales. En estos trabajos se utilizó la caracterización de multifractales en espacios de fase asociados a dinámicas no-lineales (Parisi y Frisch, 1995; y, Halsey *et al.*, 1986) y utiliza la siguiente notación:

$$\begin{aligned} f(\alpha_d) &= d - C(\gamma) \\ \alpha_d &= d - \gamma \\ \tau_d(q) &= (q-1)d - K(q) \end{aligned} \quad (15)$$

Donde el subíndice d es utilizado para enfatizar su dependencia del espacio de análisis. Las funciones multifractales $f(\alpha_d)$ y $\tau_d(q)$ son usadas para caracterizar a los multifractales y no tienen comportamientos universales. Las dimensiones y ordenes de momentos de las relaciones (15) son aplicables a la enumeración de eventos (determinísticos) en un espacio de fase; a diferencia de los multifractales universales introducidos que se definen para frecuencias de eventos (estocásticos). Las densidades de los procesos multifractales universales:

$$Densidad = \frac{Concentracion \text{ Acumulada}}{l^d} \quad (16)$$

están referenciadas a un soporte muestral espacial (o temporal) para una resolución l de muestreo ($d=1$ para una longitud o unidad de tiempo, $d=2$ para una área o $d=3$ para un volumen). En el caso de las relaciones (15), éstas son sólo aplicables a concentraciones acumuladas y no a densidades; de allí su dependencia del espacio d de análisis y su no universalidad.

Para evaluar la función escalante (de estructura) del carbono orgánico en los suelos de México, Paz *et al.*, 2005 analizaron la base de datos del “*Estudio de la Evaluación de la Degradación de los Suelos Causados por el Hombre*” (SEMARNAT-CP, 2001-2002) que cuenta con información de localización geográfica y contenido de carbono orgánico (kg carbono/m²) del periodo 2001-2002. El soporte muestral es un volumen aproximado de 20 cm x 20 cm en área y 20 cm de profundidad. El número de muestras es de 4,583 y el rango de la distancia de separación entre las muestras es $524.5 \text{ m} \leq h \leq 3'274,751.0 \text{ m}$.

Para evaluar la función $E[(\Delta Z_h)^q]$ para la escala fija de muestreo, después de un análisis del número de datos en cada distancia elapsada h , se utilizó el rango $5,000 \text{ m} \leq h \leq 200,000 \text{ m}$. La Figura 8 muestra la evaluación de la función de estructura, en una gráfica log-log de la función de la ecuación (14), para los momentos $q = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ y 2.5 , donde se observa que el comportamiento multi-escalante está bien definido (para un monofractal se tendrían curvas con igual pendiente). La dispersión observada para los órdenes de momentos grandes es debida al número finito de muestras usado. La Figura 9 muestra el coeficiente de correlación para diferentes órdenes de momento analizados, donde para $q > 3$, las estimaciones no son tan buenas.

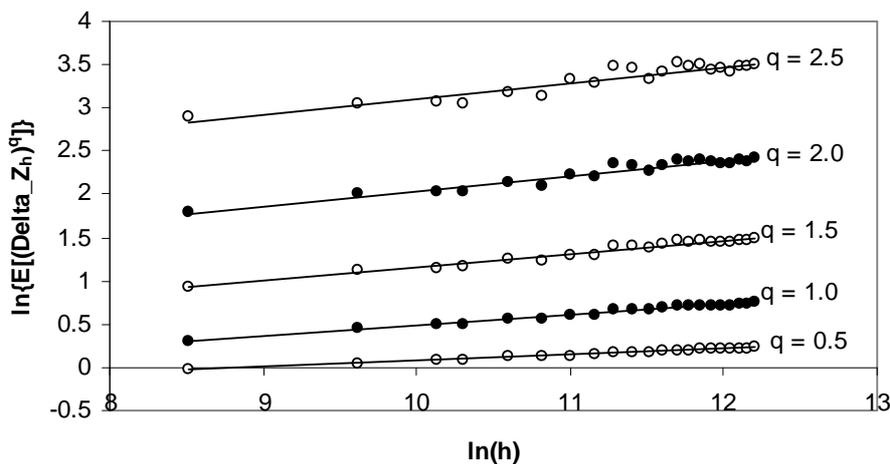


Figura 8. Comportamiento multi-escalante de la función de estructura.

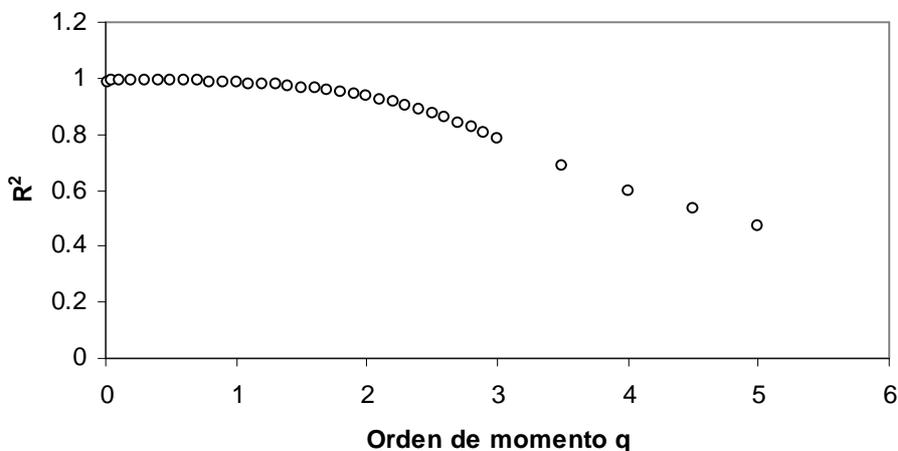


Figura 9. Coeficientes de correlación de la estimación de la función de estructura.

La Figura 10 muestra la función $\zeta(q)$ estimada, donde se observa un comportamiento lineal para momentos de orden aproximadamente $q \leq q_{\min} \approx 0.6$ y $q \geq q_{\max} \approx 2.8$, asociados a la divergencia de los momentos estadísticos. El valor de H se estimó directamente de $H = \zeta(1) = 0.1196$.

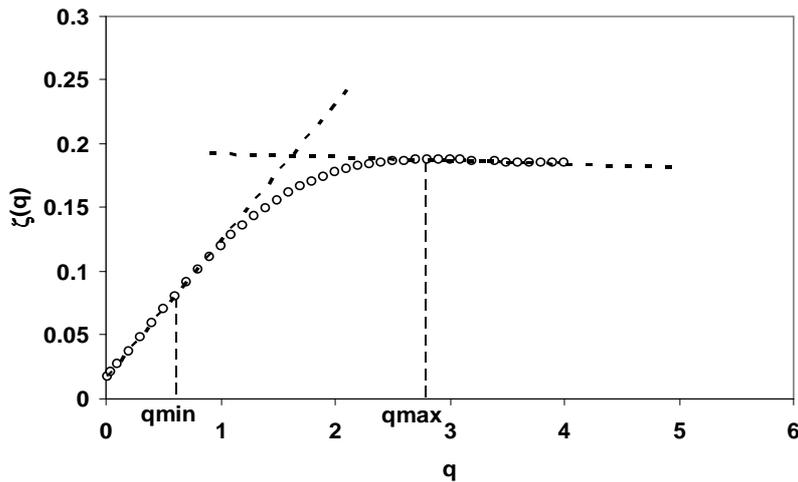


Figura 10. Patrón experimental de la función $\zeta(q)$ y divergencia de momentos estadísticos

Como se puede apreciar, el trabajo de Paz *et al.*, (2005) presenta un marco teórico para la caracterización del comportamiento del contenido orgánico de los suelos, definiendo metodologías de estimación de la función multi-escalante universal empírica que caracteriza la variabilidad de escala (espacial) del proceso. La teoría de los procesos multifractales sirve de fundamento de la modelación ya que está basada en una fenomenología que utiliza cascadas multiplicativas como un medio de disipación de las densidades del proceso.

Usando una escala exterior 3'275,000 m (L) y una escala de muestreo igual a 0.2 m (l), el Cuadro 1 muestra el efecto de escala en la agregación de las muestras de campo a las escalas de píxeles de diferentes satélites. En el Cuadro 1 se estimaron los promedios agregados a diferentes escalas de los píxeles de los satélites considerando un rango de singularidades γ representativas del rango de variación del contenido de carbono orgánico de la base de datos analizada ($0 \text{ kg/m}^2 \leq \text{CO} \leq 85.8 \text{ kg/m}^2$).

Se observa en el Cuadro 1 que a medida que las singularidades son mayores (valores grandes del COS), el promedio de las agregaciones se reduce rápidamente. Por ejemplo, para un valor de 63.61 kg/m^2 de COS, localizado en el centro de un píxel, para la escala del satélite AVHRR (píxeles de $1,000 \text{ m} \times 1,000 \text{ m}$, aproximadamente), el promedio estimado a esta escala es de solo 8.68 g/m^2 (13.64 % del valor muestreado a la escala de 0.2 m). Este análisis muestra la importancia de corregir los efectos de escala de los muestreos cuando son utilizados para calibrar imágenes de satélite con escalas de observación diferentes a los de los muestreos.

Cuadro 1. Estimación del promedio de agregaciones para diferentes γ del CO en suelos.

Satélite	Longitud (m)	$\gamma = 0.05$		$\gamma = 0.10$		$\gamma = 0.20$		$\gamma = 0.25$		$\gamma = 0.27$	
		(kg/m ²)	(%)								
Campo	0.2	2.29	100.00	5.27	100.00	27.72	100.00	63.61	100.00	88.68	100.00
SPOT 5	10.0	2.08	90.76	3.93	74.64	13.99	50.47	26.40	41.51	34.04	38.38
SPOT 4/2	20.0	2.03	88.65	3.71	70.42	12.32	44.43	22.45	35.29	28.55	32.19
LANDSAT 5/7	30.0	2.00	87.37	3.58	68.00	11.42	41.20	20.40	32.07	25.73	29.01
TERRA	250.0	1.84	80.07	2.95	56.06	7.62	27.48	12.24	19.24	14.79	16.68
TERRA	500.0	1.78	77.52	2.76	52.42	6.65	23.97	10.31	16.21	12.29	13.86
TERRA/NOAA	1000.0	1.72	74.91	2.58	48.93	5.79	20.88	8.68	13.64	10.20	11.50

Posteriormente y usando los mismos parámetros para las estimaciones del Cuadro 1, se realizó un proceso de análisis del efecto de escala de los muestreos de campo con una barrena de una pulgada de diámetro ($l_m = 0.0254$ m), en el contenido de materia orgánica de los suelos. La Figura 9 muestra los resultados obtenidos al cambiar la escala de agregación (promedio a esa escala) en función del valor obtenido con la barrena. La gráfica fue diseñada usando las singularidades γ , las cuales son invariantes a escala.

Para utilizar la Figura 11, se requiere que el contenido de materia orgánica de un muestreo con una barrena sea normalizado usando $E[Z_{\lambda_m}] = 7.9$ kg/m² de carbono orgánico (si se usa el valor obtenido de la base de datos analizada) o el estimado del sitio en particular de análisis. Este valor representa el 100 % y el efecto del cambio de escala (porcentaje en relación al valor obtenido con la barrena) es obtenido directamente de la gráfica para la longitud de agregación, l_e , que se desee ($\lambda_e = L/l_e$), al calcular el valor de la singularidad usando la ecuación (4).

Así, por ejemplo, para ordenes de singularidad pequeños ($\gamma = 0.05$ o menores), la agregación muestra efectos pequeños en la estimación del promedio. Para ordenes de singularidades grandes ($\gamma = 1.95$ o mayores) el efecto de escala es muy marcado, donde la agregación desde la escala del barreno al de una muestra de longitud de un metro, se tiene que el promedio disminuye fuertemente (0.08 % del valor de la barrena). Esto muestra la importancia de considerar el comportamiento multi-escalante en las estimaciones del contenido de carbono orgánico en los suelos.

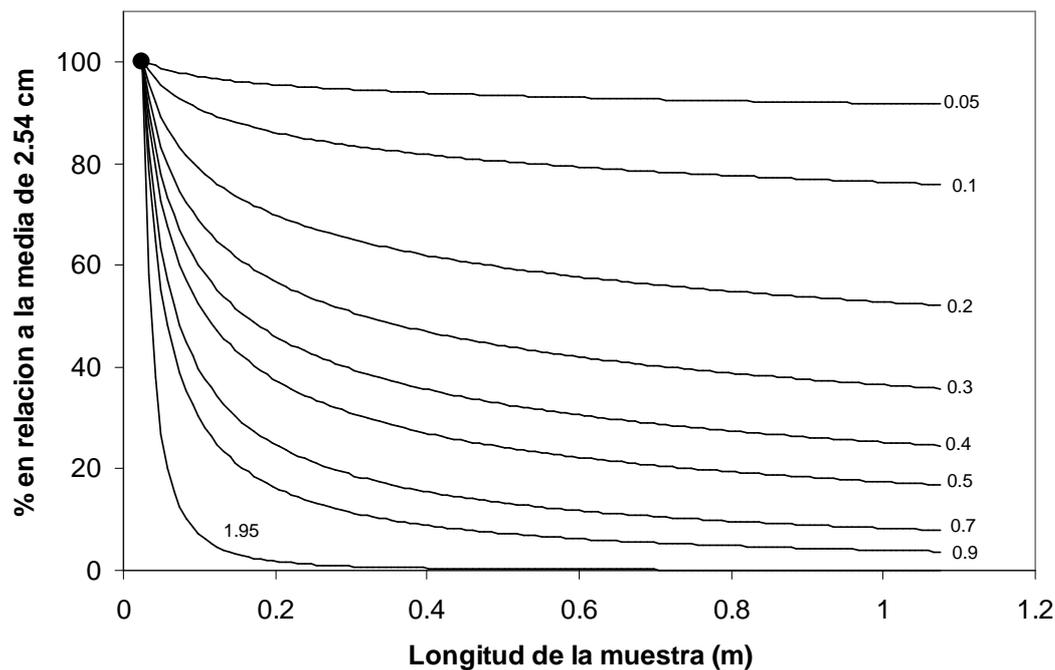


Figura 11. Efecto del cambio del promedio del CO en los suelos por efecto de escala.

El caso analizado sólo considera el caso donde la muestra de campo está centrada en un espacio de agregación y no toma en cuenta a las muestras espacialmente vecinas en el proceso de estimación de las estadísticas de la agregación. Este tipo de análisis es hecho generalmente usando técnicas geoestadísticas (Goovaerts, 1999) que utilizan el método del kriging (método de mínimos cuadrados generalizado) para minimizar una varianza de estimación. Las estimaciones geoestadísticas a la escala l_m son agregadas a la escala l_e usando el denominado kriging de bloques (Goovaerts, 1999). La incertidumbre (distribución de probabilidad) de las estimaciones a la escala l_e son evaluadas usando diferentes hipótesis y técnicas de agregación: kriging de bloques o simulaciones estocásticas indicadoras condicionales (Goovaerts, 2001). Aunque interesantes, las estimaciones geoestadísticas suavizan las interpolaciones y no muestran la alta variabilidad espacial asociada a los procesos multifractales.

5.2.- Inventarios híbridos terrestres: uso de la Teoría Bayesiana

El principal problema cuando se quiere estimar la función de estructura espacial (o temporal) de una variable aleatoria es el limitado número de muestras disponibles como para obtener estimaciones confiables de cualquier modelo, paramétrico o no, de interpolación.

A favor de esta situación y a diferencia de datos muestrales directos de la variable de interés, generalmente se cuenta con mucha información indirecta o secundaria de contexto que permite realizar un proceso de estimación más confiable o robusta. Por ejemplo, los modelos digitales de elevación son un caso típico donde se cuenta con información exhaustiva (todo México) de una variable secundaria, la cual puede ser utilizada para inferir

patrones de la variable de interés (carbono orgánico del suelo, por ejemplo). Así, el problema básico de estimación consiste en contar con una metodología que permita mezclar (fusionar) diferentes fuentes de información, caracterizando en forma explícita las incertidumbres asociadas a cada tipo de información.

En este proyecto se propone utilizar bases de la Teoría Geostatística Indicadora Bayesiana Generalizada (GIB-G) como una primera aproximación para fusionar el uso de información “blanda” (indirecta) y “dura” (medida), usando como marco de referencia la Teoría Bayesiana. La teoría bayesiana de estimación brinda un marco general (solo bajo el contexto de procesos estocásticos) para realizar la fusión de información; incluyendo el relacionado a mezclas de información de diferentes escalas de muestreo (no explícito en la teoría bayesiana clásica).

El problema de estimación de variables (en este caso espaciales) en puntos desconocidos en una región determinada puede ponerse como el desarrollo de métodos para estimar pesos de ponderación, p_i , de las variables vecinas $Z(X_i)$, datos conocidos, para estimar el valor de la variable $Z^*(X_0)$ en el punto X_0 de interés (Figura 12):

$$Z^*(X_0) = \sum_{i=1}^n p_i Z(X_i) \quad (17)$$

Donde el uso de * es para indicar que son valores estimados y no medidos. La variable X denota coordenadas cartesianas: (X) o (T=tiempo) en una dimensión; (X,Y) o (X,T) en dos dimensiones; (X,Y,Z) o (X,Y,T) en tres dimensiones; y, (X;Y;Z;T) en cuatro dimensiones.

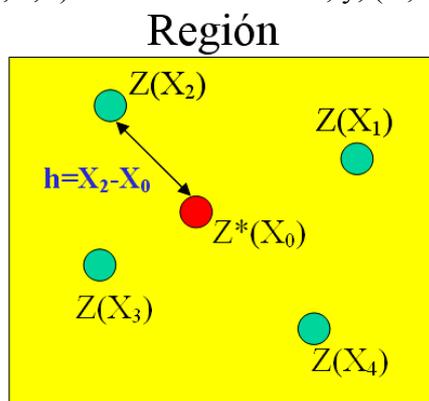


Figura 12. Problema de estimación en una región definida.

Así, si se conocen los pesos de ponderación p_i , es posible realizar estimaciones en espacios euclidianos.

En un espacio euclidiano de cualquier dimensión, podemos desarrollar métodos de estimación basados en conceptos de distancias euclidianas o de otro tipo. Bajo la noción de distancias euclidianas, h (Figura 12), podemos utilizar el concepto de que los valores que están más cercanos al punto donde deseamos realizar una estimación, deben tener un mayor

peso que los que están mas alejados. Este criterio de correlación basado en distancias euclidianas es la base del método del inverso de la distancia a una potencia W:

$$p_i = \frac{1}{h_i^W} \quad (18)$$

Para que las estimaciones sean insesgadas (que el promedio de las estimaciones sea igual al promedio “teórico”), definiendo a E como la esperanza matemática o promedio:

$$E[Z^*] = E[Z] \quad (19)$$

es necesario cumplir la siguiente condición:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (20)$$

Así, las estimaciones insesgadas del método del inverso de las distancias estarán dadas por:

$$p_i = \frac{\frac{1}{h_i^W}}{\sum_i^n \frac{1}{h_i^W}} \quad (21)$$

Los métodos de interpolación basados en distancias euclidianas suponen una estructura de correlación espacial *a priori*, la cual no utiliza la estructura de correlación espacial existente en los datos en forma explícita.

Una alternativa mas apegada a la realidad (datos muestrales), es considerar métodos basados en distancias estadísticas para la estimación de los pesos de ponderación.

Matheron (1971), introdujo la Teoría de las Variables Regionalizadas o Geoestadística como un marco teórico-metodológico para la estimación de variables en espacios euclidianos.

En el método del inverso de la distancia a una potencia, la ponderación es realizada en función de distancias euclidianas sin considerar el grado de dependencia o correlación existente entre las muestras. La geoestadística utiliza funciones de correlación espacial o de estructura como un medio para capturar la noción de dependencia espacial entre los valores de una variable regionalizada:

$$C(h) = VAR[Z(X) - Z(X+h)] = E[Z(X)Z(X+h)] - \{E[Z(x)]\}^2 \quad (22)$$

$$2V(h) = E\{[Z(X) - Z(X+h)]^2\} \quad (23)$$

Donde $C(h)$ es el covariograma, $V(h)$ es el variograma y VAR es el operador matemático de la varianza.

Uno espera que los valores de Z separados en distancias pequeñas sean muy similares, por lo que la diferencia entre ellos será también muy pequeña y el variograma tenderá a cero y el covariograma tenderá a su valor más alto. Lo contrario es esperado para valores separados a grandes distancias (correlación muy pobre o nula). Así, la función $C(h)$ y $V(h)$ son duales (Figura 13).

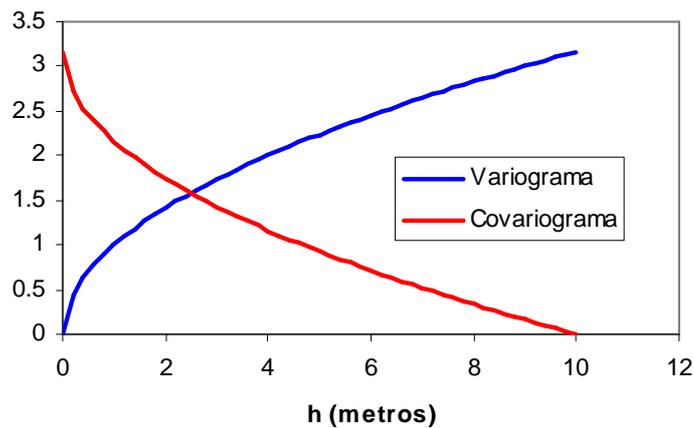


Figura 13. Funciones covariograma y variograma.

Usando el variograma como referencia, podemos analizar los patrones de correlación espacial de una variable. Así, el caso de gran regularidad o comportamiento espacial muy homogéneo está definido por un patrón tipo parabólico (función gaussiana); el comportamiento continuo, pero muy irregular tiene un patrón tipo lineal; un comportamiento discontinuo se manifiesta porque el variograma cerca de $h=0$ tiene un salto y tiende a un valor diferente de cero que se denomina “efecto pepita” (como analogía al caso en minería donde en un cuerpo mineralizado con valores de oro pequeños se encuentra inesperadamente una pepita de oro que rompe el patrón de continuidad espacial de las concentraciones de oro); y, un comportamiento aleatorio puro donde la variable analizada no tiene una correlación espacial, donde la función variograma es una línea horizontal, con un valor que representa la varianza del proceso, también denominada “meseta”.

En lo general, la estimación de valores de una variable definida en un punto consiste en considerar la información espacial disponible para hacer la mejor interpolación posible, usando alguna medida de “mejor”. Generalmente, las estimaciones o interpolaciones son realizadas en una malla regular, para después generar curvas de isovalores para el análisis de los patrones espaciales de la variable interpolada (Figura 14).

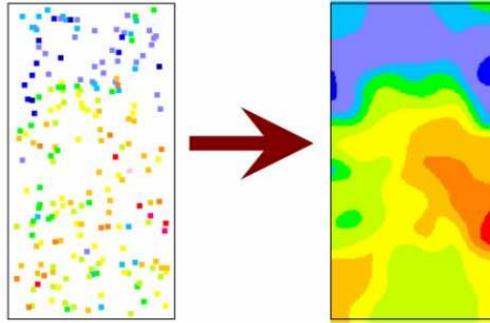


Figura 14. Problema de estimación en mallas regulares (los colores representan magnitudes diferentes de los valores de la variable original e interpolada).

En la teoría geoestadística clásica, la estimación de los valores de la variable aleatoria regionalizada $Z(X)$ en una localización sin informaciones es obtenida de:

$$Z^*(X) = \sum_{i=1}^n p_i Z(X_i) \quad (24)$$

Los pesos de ponderación p_i son estimados utilizando el método kriging, usando un criterio de minimización. En realidad, la geoestadística es el método de regresión lineal espacializado (utiliza las ecuaciones normales de regresión) y, por lo tanto, tiene un dominio de atracción gaussiano (existencia y finitud de los momentos estadísticos de orden 2).

Puesto que en la teoría lineal de estadística, procesos gaussianos, solo es necesario conocer los momentos de orden 1 y 2 (media y varianza/covarianza) para caracterizar completamente a la distribución de probabilidad acumulada, el método kriging es un procedimiento de minimización del error de estimación (varianza cuando los momentos están centrados):

$$\text{Minimizar } E\left\{Z^*(X) - Z(X)\right\}^2 \quad (25)$$

donde el * significa estimación y $Z(X)$ se supone que representa el valor real (teórico) de la variable estimada en el punto X .

La expresión a minimizar dada por la relación (25) puede ser desarrollada como:

$$E\left\{Z^*(X) - Z(X)\right\}^2 = E\left\{Z^*(X)\right\}^2 + E\left\{Z(X)\right\}^2 - 2E\left[Z^*(X)\right]E\left[Z(X)\right] \quad (26)$$

La relación (26) muestra que el problema de estimación (minimización del error cuadrático) esta en términos de la covarianza no centrada (tercer termino de la derecha) y no de un variograma. Así, es necesario estimar la covarianza (no centrada) a partir del variograma.

Una condición adicional (kriging ordinario) que utiliza la geoestadística es la de no-sesgo:

$$E[Z^*(X)] = E[Z(X)] \quad (27)$$

que consiste en condicionar la minimización de la relación (25) a que cumpla:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (28)$$

De lo anterior, el problema de estimación de la geoestadística puede ser puesto como:

$$\begin{aligned} \text{Estimar: } Z^*(x) &= \sum_{i=1}^n p_i Z(X_i) \\ \text{Al minimizar: } &E\left\{[Z^*(X) - Z(X)]^2\right\} \\ \text{Sujeto a: } &\sum_{i=1}^n p_i = 1 \end{aligned} \quad (29)$$

Kriging ordinario

El kriging ordinario es uno de los métodos más usados en la geoestadística y realiza estimación basado en (haciendo los parámetros explícitamente dependientes de su localización espacial):

$$Z_{KO}^*(X) = \sum_{i=1}^n p_i(X) Z(X_i) \quad (30)$$

De la minimización del sistema dado por (29), tenemos que el sistema estacionario del kriging ordinario (KO) está dado por:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n p_j(X) C(X_j - X_i) + \mu(X) &= C(X - X_i), \quad i = 1, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n p_j(X) &= 1 \end{aligned} \quad (31)$$

Donde $\mu(X)$ es el parámetro de Lagrange asociado con la restricción de que los pesos p_i sumen 1. El algoritmo del kriging ordinario requiere del conocimiento *a priori* de la matriz de covarianza $(n+1) \times (n+1)$, $\{C(X_i, X_j), i, j = 0, 1, \dots, n; \text{ con } X_0 = X\}$

El kriging ordinario estima en cada nueva localización X la media, utilizando una ventana móvil de vecindad. Así, el kriging ordinario es un algoritmo no-estacionario, en el sentido de que la media global es re-estimada localmente (varia en el espacio); mientras que utiliza una covarianza estacionaria (global para toda la región de análisis). De esta forma, las estimaciones del kriging ordinario pueden ser puestas como:

$$Z_{KO}^*(X) = \sum_{i=1}^n p_i(X)Z(X_i) \equiv \sum_{i=1}^n r_i(X)Z(X_i) + \left[1 - \sum_{i=1}^n r_i(X)\right]m^*(X) \quad (32)$$

Cuando se asume que la media m es estacionaria, el sistema de ecuaciones se denomina kriging simple.

El sistema kriging tiene la propiedad de exactitud en el sentido en que en las localizaciones donde se tiene un valor conocido, las estimaciones son exactas a ese valor; esto es, "honra" a los puntos con datos conocidos. Todos los sistemas kriging o cokriging tienen la propiedad de exactitud.

Co-kriging ordinario

En el caso de utilizar una variable secundaria o indirecta $Y(X)$, adicional a $Z(X)$, el proceso de estimación en geoestadística se denomina cokriging. El cokriging ordinario no supone la estacionariedad de las medias de $Z(X)$ y $Y(X)$.

Para una sola variable secundaria, el estimador del cokriging ordinario está definido por:

$$Z_{CKO}^*(X) = \sum_{i1=1}^{n1} p_{i1}(X)Z(X_{i1}) + \sum_{i2=1}^{n2} p_{i2}(X)Y(X_{i2}) \quad (33)$$

donde los p_{i1} son las ponderaciones aplicadas a las $n1$ muestras Z y los p_{i2} son las ponderaciones para las $n2$ muestras Y .

El cokriging requiere de un modelo conjunto de las funciones de la matriz de covarianza, que incluyen la covarianza- Z $C_Z(h)$, la covarianza- Y $C_Y(h)$, la covarianza cruzada Z - Y $C_{ZY}(h)$ y la covarianza cruzada $C_{YZ}(h)$. Así, la matriz de covarianza requiere K^2 funciones para resolver el sistema cokriging, a diferencia de la K covarianzas, $C_Z(h)$, del sistema kriging.

Los requerimientos de las matrices del cokriging lo hacen poco práctico y muy tedioso. Otra razón para su poco uso en la práctica es el efecto de filtrado del cokriging, ya que las variables más correlacionadas (usualmente las muestras Z) filtran la influencia de las muestras menos correlacionadas (usualmente las muestras Y), dando pocos beneficios en la mejoría de las estimaciones en relación al esfuerzo requerido para modelar todas las covarianzas; a menos que la variable de interés Z esté poco muestreada y la variable secundaria Y esté mejor representada espacialmente.

El sistema de covarianzas (matrices) es similar al del kriging; aunque es más tedioso de establecer.

El sistema del kriging ordinario tradicional establece una restricción para los pesos de ponderación como:

$$\sum_{i1=1}^{n1} p_{i1}(X) = 1 \text{ y } \sum_{i2=1}^{n2} p_{i2}(X) = 0 \quad (34)$$

Esta formulación, segunda condición en (34), tiende a limitar severamente la influencia de las variables secundarias. Una alternativa para incrementar el efecto de las variables secundarias es utilizar un sistema cokriging ordinario estandarizado (Isaaks y Srivastava, 1989):

$$Z_{CKO}^*(X) = \sum_{i1=1}^{n1} p_{i1}(X)Z(X_{i1}) + \sum_{i2=1}^{n2} p_{i2}(X)\{Y(X_{i2}) + m_Z - m_Y\} \quad (35)$$

Sujeto a una sola condición:

$$\sum_{i1=1}^{n1} p_{i1}(X) + \sum_{i2=1}^{n2} p_{i2}(X) = 1 \quad (36)$$

La relación (35) establece una nueva variable secundaria con la misma media que la variable primaria.

Cokriging ordinario co-localizado

Una forma reducida del cokriging consiste en solo retener la información secundaria Y(X) co-localizada en el punto de estimación. Así, el estimador del cokriging puede ser escrito como:

$$Z_{CKO}^*(X) = \sum_{i1=1}^{n1} p_{i1}(X)Z(X_{i1}) + p_{i2}Y(X) \quad (37)$$

Así, el sistema cokriging requiere solo de conocer la covarianza-Z $C_Z(h)$ y la covarianza cruzada Z-Y $C_{ZY}(h)$. Esta última covarianza puede ser aproximada usando una hipótesis tipo Markov, tal como se discute mas adelante para el caso de la geoestadística bayesiana.

Kriging de Bloques

En los métodos discutidos anteriormente se ha dejado fijo el soporte (geometría y dimensiones) muestral de Z(X). Ahora bien, si el interés esta en la estimación de un soporte muestral V con centro en X', generalmente mayor al de Z(X_n), diferente Z_V(X), (Figura 15) entonces es necesario utilizar el kriging por bloques.

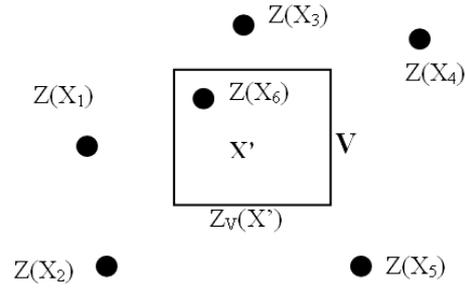


Figura 15. Estimaciones usando diferentes soportes muestrales.

Considerando la linealidad del algoritmo del kriging, entonces es posible una estimación directa de promedios lineales de $Z(X)$. Así, considerando la estimación del promedio de un bloque V tenemos que:

$$Z_V(X) = \frac{1}{V} \int_{V(X)} Z(X') dX' \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N Z(X'_j) \quad (38)$$

donde N es el número de puntos usados dentro del bloque $V(X)$ para aproximar su promedio.

Así, uno puede realizar N diferentes estimaciones dentro del bloque V , usando las variables $Z(X)$ definidas en un soporte muestral menor. De esta forma, dejando fija la configuración de los valores $Z(X)$, el kriging por bloques reemplaza la covarianza puntual del lado derecho del sistema (22) por la covarianza punto a bloque:

$$\bar{C}\{V(X), X_i\} \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N C(X'_j - X_i) \quad (39)$$

Es importante enfatizar que el promedio de las transformaciones $T(X')$ de los datos originales $Z(X')$ no es una transformada del promedio de $Z(X')$. Por ejemplo, para una transformación logarítmica, esto implica que:

$$T_V(X) = \int_{V(X)} \ln\{Z(X'_i)\} dX' \neq \ln\{Z_V(X)\} \quad (40)$$

Así, el antilogaritmo de $T_V^*(X)$ no es un estimado kriging de $Z_V(X)$.

En términos generales, la geoestadística no produce estimación que incorporen en forma explícita el efecto de escala, mas allá de correcciones afines *ad hoc* de las varianzas de los procesos a diferentes escalas.

5.3 Métodos geoestadísticos no lineales

El suavizamiento producido por las estimaciones de los métodos kriging es consecuencia del hecho de que los valores en los puntos no muestreados son estimados en forma independiente uno del otro; esto es, una estimación en el punto X no toma en cuenta una estimación previa en un punto cercano X' .

Es evidente que se requiere de técnicas geoestadísticas alternativas que no suavicen la información espacial, producto de las hipótesis lineales que utilizan. Para esto se pueden considerar las técnicas geoestadísticas no-lineales. Aunque en apariencia la geoestadística no-lineal mejora substancialmente el problema de estimación usando hipótesis locales y no globales, estas técnicas son en realidad multi-lineales, producto del dominio de atracción gaussiano que tienen implícito (hipótesis de simetría asociada a los momentos estadísticos de orden dos).

Para comprender las diferencias entre los métodos de estimación lineales y no-lineales, podemos analizar el caso de la ecuación de una línea recta:

$$Y = a + bX \quad (41)$$

Si especificamos un valor particular de X , podemos estimar el valor de Y en forma confiable, no importando si X es grande o pequeño porque la relación entre X y Y es siempre la misma. Esto es, la formula usada para estimar Y no se altera por la magnitud del valor X .

Un interpolador lineal tiene la propiedad de invarianza de la función de estimación: los pesos de ponderación asignados, dentro de la vecindad de estimación, son independientes de los valores específicos de los datos en estas localizaciones.

Ahora bien, para analizar los métodos de estimación no-lineal podemos usar una relación no-lineal simple entre X y Y :

$$Y = a + bX^2 \quad (42)$$

Esta ecuación al ser usada en la estimación de Y muestra que es claramente dependiente del valor particular de X considerado.

Los métodos geoestadísticos no-lineales permiten la estimación de pesos de ponderación que son funciones de los valores mismos y no solamente dependientes de la localización (geometría) de las muestras, como en la geoestadística lineal.

Desde el punto de vista de la geoestadística, las interpolaciones no-lineales son un intento de estimación de la esperanza matemática o promedio condicional o la distribución de probabilidad condicional:

$$\Pr\{Z(X)|Z(X_i)\} \quad (43)$$

que se lee como la probabilidad de la variable en el punto X dada (condicional a) la información en las localizaciones $Z(X_1), \dots, Z(X_n)$ vecinas. Esta es la función de distribución de probabilidad en la localización X .

En el kriging indicador se trata de aproximar la distribución bivariada de $Z(X)$ utilizando una codificación de indicadores (0 y 1).

Para el caso de una distribución de probabilidad bivariada, $K=2$, la función acumulada de probabilidad estará dada por:

$$F(X, X'; z, z') = \Pr\{Z(X) \leq z, Z(X') \leq z'\} \quad (44)$$

Ahora bien, utilizando una transformación binaria (indicadores) dada por:

$$I(X; z) = \begin{cases} 1, & \text{si } Z(X) \leq z \\ 0, & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (45)$$

Entonces la distribución bivariada dada por (44) puede ser puesta como:

$$F(X, X'; z, z') = E[I(X; z)I(X'; z')] \quad (46)$$

que es la relación clave del formalismo del kriging indicador, que muestra que la inferencia de la distribución de probabilidad divariada puede inferirse de la función de covarianza indicadora muestral.

Si la intención es estimar un valor promedio, entonces el método kriging es al algoritmo preferido, puesto que el estimador de mínimos cuadrados de $Z(X)$, kriging, es también el estimador de mínimos cuadrados de la esperanza condicional $E[Z(X)|n]$, donde (n) representa el conjunto de datos locales usados para estimar la esperanza de $Z(X)$.

Considerando a la variable aleatoria indicadora dada por (45), entonces la utilización del kriging indicador (promedio de las variables aleatorias indicadores) nos da un estimado de la esperanza condicional de $I(X; z)$:

$$\begin{aligned} E[I(X; z) | n] &= 1x \Pr\{I(X; z) = 1 | n\} + 0x \Pr\{I(X; z) = 0 | n\} \\ &= 1x \Pr\{Z(X) \leq z | n\} \equiv F\{X; z | n\} \end{aligned} \quad (47)$$

Así, el algoritmo del kriging indicador aplicado a la transformación indicadora de $Z(X)$ nos da una estimación de mínimos cuadrados de la distribución de probabilidad acumulada.

Los indicadores forman una distribución binomial, cuya media y varianza están dadas por:

$$\begin{aligned} m &= p \\ \sigma^2 &= p(1-p) \end{aligned} \quad (48)$$

donde p es la proporción de 1's. Si z es igual a la mediana de la distribución de valores, entonces $p = 0.5$ y la máxima varianza es igual 0.25.

El estimador del kriging indicador simple, KIS, de la variable indicadora esta dado por:

$$I_{KIS}^*(X; z) = \sum_{i=1}^n r_i(X; z) I(X_i; z) + \left[1 - \sum_{i=1}^n r_i(X; z) \right] F(z) \quad (49)$$

Los pesos r_i de KIS son estimados del sistema:

$$\sum_{j=1}^n r_j(X; z) C_I(X_j - X_i; z) = C(X - X_i; z), \quad i = 1, \dots, n \quad (50)$$

donde $C_I(h; z)$ es la covarianza indicadora dada por:

$$C_I(h; z) = E[I(X; z)I(X+h; z)] - E[I(X; z)]E[I(X+h; z)] \quad (51)$$

Cuando hay una cantidad suficiente de datos muestrales para estimar la distribución de probabilidad acumulada local $F(Z)$, entonces se puede usar el kriging indicador ordinario (KIO). El sistema del KIO sigue un planteamiento similar al del kriging ordinario.

La ventaja del kriging indicador es que en cada punto sin información es posible obtener la distribución de probabilidad completa y no solo sus momentos estadísticos. Así, es posible realizar análisis de incertidumbre de las estimaciones en forma completa (Figura 16).

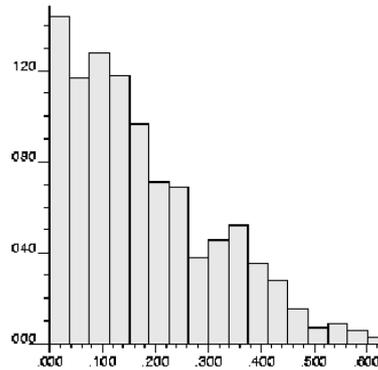


Figura 16. Resultado de las estimaciones del kriging indicador en un punto.

Para estimar las funciones indicadoras de covarianza requeridas en el sistema kriging indicador es necesario discretizar la variable $Z(X)$ en K valores z_k . Así, la variable aleatoria queda discretizada en $K+1$ clases (Figura 17). Los valores estimados, variables aleatorias indicadoras, solo son para los intervalos de discretización usados.

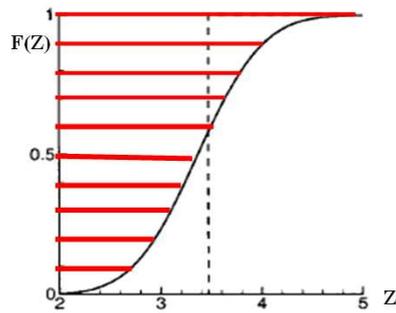


Figura 17. Discretización de la variable original para construir indicadores.

El sistema kriging indicador simple requiere del conocimiento de K varianzas indicadores $C_I(X; z_k)$; además de K funciones acumuladas de probabilidad $F(z_k)$.

Para que una función acumulada de probabilidad sea valida debe cumplir con las relaciones de orden:

$$\begin{aligned} \Pr\{Z(X) \leq z | (n)\} &= F\{X; z | (n)\} \in [0,1] \\ F\{X; z_{k'} | (n)\} &\geq F\{X; z_k | (n)\}, \forall z_{k'} > z_k \end{aligned} \quad (52)$$

El kriging indicador genera estimaciones que violan las relaciones de orden (52), producto de su discretización o del mal condicionamiento de la información local o de la incertidumbre asociada a la estimación de las funciones indicadoras o de las relaciones de estas funciones para pares de valores z_k y $z_{k'}$.

De la discusión de la violación de las relaciones de orden del kriging indicador, es necesario realizar correcciones a posteriori. La Figura 18 muestra un ejemplo de los valores generados por el kriging indicador, puntos, y dos esquemas de corrección (de los valores mayores a los menores y viceversa: líneas punteadas), donde se utiliza el promedio (líneas continua).

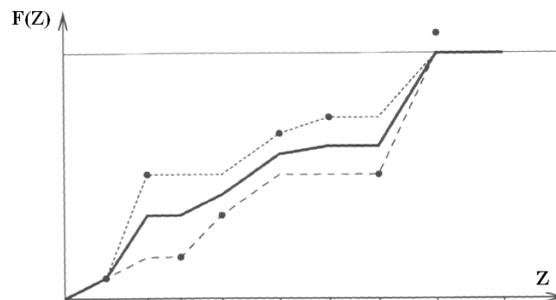


Figura 18. Esquema de corrección de las relaciones de orden de $F(Z)$.

Otro problema asociado a la discretización usada en el kriging indicadores es el relativo a las colas de las distribuciones de probabilidad. Esto es critico en la cola larga, donde generalmente esta mal definida por la existencia de pocos valores grandes. La Figura 19

muestra una posible solución usando modelos teóricos de probabilidad (funciones lineales, exponenciales o potenciales).

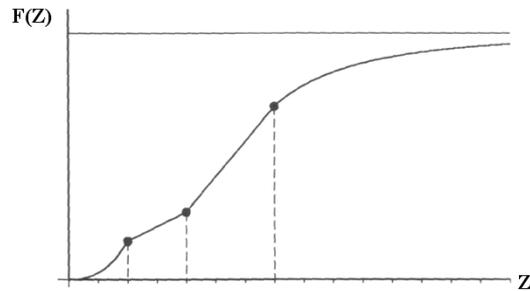


Figura 19. Esquema de solución para las colas de la distribución de probabilidad.

El caso del cokriging indicador es similar al sistema discutido para el cokriging. Más adelante se discute este sistema kriging.

Al igual que para el caso de las estimaciones del promedio de $Z(X)$, las estimaciones de bloques, kriging indicador de bloques, deben ser entendidas claramente. Para la transformación indicadora:

$$\frac{1}{V_{V(X)}} \int I(X') dX' \neq I_V(X; z) = \begin{cases} 1, & \text{si } Z_V(X) \leq z \\ 0, & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (53)$$

Así, el promedio de las estimaciones indicadores dentro del bloque V , obtenido por el kriging indicador de bloques, no debe ser usado para modelar la función de distribución de probabilidad del promedio $Z_V(X)$ de la variable original $Z(X)$. El promedio de las estimaciones indicadoras dentro del bloque es una estimación de la proporción de puntos $Z(X')$ dentro de $V(X)$ que son menores o iguales al valor umbral z .

En realidad, el problema de escalamiento usando métodos lineales de interpolación no tiene una solución simple; a menos que se adopte un modelo implícito de los efectos de los cambios de patrones probabilísticos al pasar de una escala a otra. Las soluciones *ad hoc* dejan mucho que desear y solo son aproximaciones, generalmente burdas al problema.

5.4 Geoestadística Bayesiana

Para entender las ideas de la teoría bayesiana, podemos considerar un diagrama de Venn que muestre las probabilidades de eventos o experimentos (áreas de estos en relación al área total del universo S) (Figura 20).

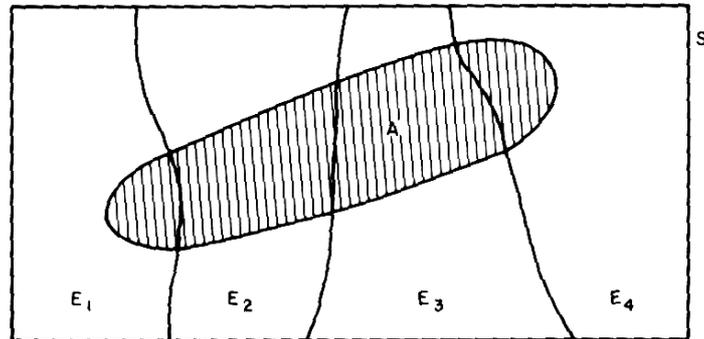


Figura 20. Diagrama de Venn de las probabilidades de diferentes eventos.

Si nuestro interés está en determinar la probabilidad del evento A, que tiene una probabilidad previa o *a priori*, entonces la información generada al realizar un experimento E actualiza las probabilidades *a posteriori* (después de producido el experimento E). La Figura 20 muestra que el conocimiento de un experimento E_i nos brinda información parcial del evento A. Dado que un experimento E_i ocurrió, las probabilidades de ocurrencia del evento A deben actualizarse en función de la contribución $(A-E_i)$, intersección del experimento E_i con el evento A. Es decir, el área de intersección $(A-E_i)$, cuya probabilidad de ocurrencia es ahora 1.0, debe restársele al área del evento A, actualizando así sus probabilidades.

En este contexto el Teorema de Bayes liga la probabilidad de dos eventos A y B a la probabilidad del evento A y a la probabilidad del evento B dado que A ya ocurrió. En forma matemática, la probabilidad de la conjunción de los eventos A y B (intersección, escrita como $A \cap B$) es igual al producto de dos probabilidades de eventos únicos:

$$\Pr(A \cap B) = \Pr(A) \times \Pr(B|A) \quad (54)$$

Dado que la conjunción es conmutativa (el evento $A \cap B$) es idéntico al evento $B \cap A$), la relación (54) puede ser re-escrita como:

$$\Pr(B \cap A) = \Pr(B) \times \Pr(A|B) \quad (55)$$

Dado que los términos de la izquierda de las relaciones (54) y (55) son iguales, podemos igualar los términos de la derecha para obtener:

$$\Pr(A|B) = \frac{\Pr(B|A) \times \Pr(A)}{\Pr(B)} \quad (56)$$

que es el Teorema de Bayes.

En el caso de variables aleatorias continuas Z y Y, el Teorema de Bayes también es aplicable para las probabilidades elementales:

$$f(Z|Y) = \frac{f(Y|Z) \cdot f_Z(Z)}{f_Y(Y)} \quad (57)$$

Donde:

$f_Z(Z)$ = Función de distribución de probabilidad marginal de la variable aleatoria Z

$f_Y(Y)$ = Función de distribución de probabilidad marginal de la variable aleatoria Y

$f(Z|Y)$ = Función de distribución de probabilidad de Z dado Y=y

$f(Y|Z)$ = Función de distribución de probabilidad de Y dado Z=z

Considerando a una variable aleatoria Z definida en una región de interés, podemos establecer su incertidumbre analizando la información previa que exista sobre esta variable para definir $f_Z(Z)$. Esta información puede ser obtenida de la física del problema o de datos experimentales obtenidos de la variable en una región similar o del conocimiento/experiencia de un experto. La distribución $f_Z(Z)$ representa el conocimiento previo de Z, llamada distribución de probabilidad a priori, antes de que se realice algún experimento o observación o estimación para conocer el valor actual de Z.

Ahora bien, bajo la idea de obtener una mejor información de Z, podemos realizar un experimento E, el cual puede ser una medición más precisa, una estimación tipo mejor experto o una estimación producto de una variable Y correlacionada con Z o una estimación realizada por un método de interpolación. En base al resultado e del experimento E, se busca actualizar la incertidumbre de Z dada la nueva información. Esto puede ser hecho por el Teorema de Bayes como:

$$f(Z|e) = \frac{f(e|Z) \cdot f_Z(Z)}{f_E(e)} \quad (58)$$

En la relación (58) el conocimiento previo, antes del experimento E, está expresado en $f_Z(Z)$, que es llamada una distribución *a priori* de Z. El conocimiento actual (o incertidumbre) en Z, $f(Z|e)$, es el resultado de actualizar $f_Z(Z)$ a la luz del nuevo conocimiento obtenido del resultado e del experimento E. Puesto que $f(Z|e)$ mide la incertidumbre de Z después del experimento E, esta es llamada una distribución a posterior de Z. La actualización de las probabilidades a priori en posteriori requiere escalar $f_Z(Z)$ por la función $f(e|Z)/f_E(e)$, donde $f_E(e)$ es una constante dada por la relación:

$$f_E(e) = \int f(e|Z) \cdot f_Z(Z) dZ \quad (59)$$

Así, la actualización bayesiana de información depende fundamentalmente en $f(e|Z)$. la cual es una función de Z. A esta función se le denomina función de verosimilitud (probabilidad) y mide la probabilidad del resultado e del experimento dado Z; es decir, cuantifica la calidad de la información del experimento E.

En términos generales, usando como marco teórico el enfoque bayesiano, es necesario conocer la función de verosimilitud para poder incorporar la nueva información en una mejor estimación de la variable de interés. En las aplicaciones de la geoestadística, y otras técnicas de estimación, generalmente se asume que los datos muestrales no tienen incertidumbre. Más allá de consideraciones de errores de muestreo o de precisión de los instrumentos o técnicas usadas para determinar un valor de la variable de interés, las estimaciones son realizadas usando solo los datos disponibles (pocos, generalmente) y los resultados obtenidos muestran esta característica de incertidumbre. Esta información “dura”, es procesada en el sentido de representar datos “perfectos” y la información “blanda” es desechada dentro de la dicotomía de calidad de “datos buenos” y “datos malos”. La información de contexto o indirecta generalmente esta disponible en mucha mayor cantidad que la información muestral de la variable de interés, por lo que es necesario incorporar esta información útil en las estimaciones, considerando algún índice de calidad o incertidumbre que defina en forma consistente su confiabilidad.

Los **datos duros** corresponden a medidas precisas (definiendo la precisión en forma estandarizada a un método o técnica de análisis de laboratorio o campo) de Z en una localización X . La incertidumbre (error muestral) asociada a $Z(X)$ es asumida como despreciable. Este es el tipo ideal de datos.

Por su parte los **datos blandos** corresponden a mediciones o estimaciones con incertidumbre no despreciable. Los datos blandos son imprecisos, producto de mediciones hechas con equipos o métodos imprecisos o producto de estimaciones no perfectas con variables secundarias o indirectas.

A los datos blandos los denominaremos como $Y(X)$, para distinguirlos de los datos duros $Z(X)$. Los datos blandos, para poder analizarlos dentro del contexto de la geoestadística bayesiana, requieren de un medida o índice de incertidumbre que contenga información del error potencial $\{Z^*(X) - Z(X)\}$.

i) Datos blandos tipo A

Los datos blandos tipo A son las variables $Y(X)$, estimaciones o mediciones, que están correlacionados con $Z(X)$, pero que tienen asociada una incertidumbre en relación al error $\{Y(X) - Z(X)\}$. Dentro del marco bayesiano de análisis, la incertidumbre de $Y(X)$ esta caracterizada por las probabilidades p_1 y p_2 , que son probabilidad de clasificación de los errores.

Los datos blandos tipo A representan el caso donde, por ejemplo, el contenido de carbono en suelos, $Z(X)$, es estimada usando la elevación, $Y(X)$, como un indicador de éste. A diferencia de usar directamente las estimación del contenido de carbono, obtenidas de la elevación, en un punto sin información; dentro del marco de la geoestadística bayesiana, estas estimaciones (*a priori*) son incorporadas en el método kriging, considerando su incertidumbre p_1 y p_2 . Así, la geoestadística bayesiana incorpora en forma directa diferentes fuentes de información y de estimación en un marco general de análisis y de estimación.

ii) Datos blandos tipo B

Los datos blandos tipo B corresponden a intervalos $[Z_{\min}(X), Z_{\max}(X)]$. Entre mayor sea el intervalo, mayor será la incertidumbre asociada a estos datos y mas pobre será su aporte en un proceso de estimación que combine datos duros y blandos.

La probabilidad de los valores fuera del intervalo $[Z_{\min}(X), Z_{\max}(X)]$ es implícitamente considerada como nula (o, al menos, despreciable).

Los datos blandos tipo B considerados se refieren a estimaciones, o mediciones, directas de la variable $Z(X)$ y presuponen que no hay un error (no se conoce) asociado al intervalo definido. En términos generales, los intervalos se refieren a datos puntuales (en un soporte muestral de dimensiones específicas) y no a clases o categorías.

En los datos blandos tipo B, se desconoce información sobre las probabilidades dentro del intervalo. Así, la ignorancia implica simplemente que no hay información y no una distribución de probabilidad específica.

iii) Datos blandos tipo C

Los datos blandos tipo C se refieren al caso donde en una región existe información previa general de $Z(X)$, caracterizada por una distribución de probabilidad *a priori* $f_Z(Z)$. La región puede ser de caracteres general cubriendo toda la región de análisis o subregiones (clases o categorías) dentro de la región general de análisis. La función de distribución de probabilidad a priori esta definida en forma estacionaria (independiente del punto X dentro de una región), por lo que en cada punto a estimar puede considerarse como una distribución *a priori* valida para el punto en particular.

En el Análisis bayesiano de la información y usando el marco teórico-metodológico desarrollado por Alabert (1987) como punto de partida, podemos generar las funciones de verosimilitud para datos codificados como indicadores. Para esta situación consideraremos la existencia de datos co-localizados $Z(X)$ y $Y(X)$, donde $Y(X)$ representa un dato blando y $Z(X)$ es un dato duro.

La interpretación de las probabilidades p_1 y p_2 es como medidas de la incertidumbre asociada a datos blandos tipo A o B. Así, si p_1 tiende a uno, entonces la incertidumbre asociada a $Y(X)$ para estimar $Z(X)$ tiende a cero, representando el caso de un dato duro.

El otro extremo donde p_2 tiende a uno representa el caso donde hay una correlación inversa entre $Y(X)$ y $Z(X)$, por lo se requiere un cambio de $I_Y(X,y)$ a $1 - I_Y(X,y)$.

La calibración de los datos blandos tipo A consiste en la estimación de las probabilidades p_1 y p_2 . Así, usando datos co-localizados $Y(X)$ y $Z(X)$, podemos revisar un dispersograma

de sus patrones (Figura 21). Bajo la hipótesis de estacionariedad, la dependencia de Y y Z en X es eliminada.

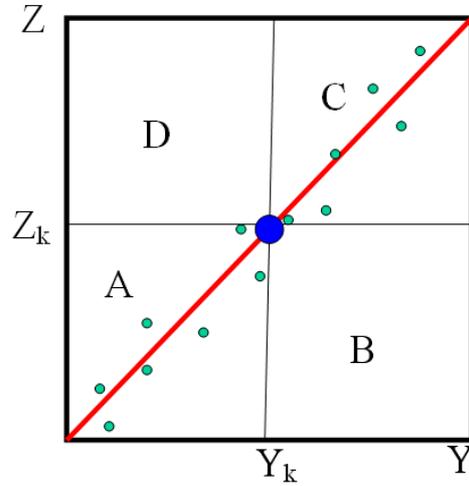


Figura 21. Dispersograma entre Y y Z para estimar p_1 y p_2 de datos blandos tipo A.

Definidas las regiones A, B, C y D (Figura 21) representando el número de datos en cada una de ellas, entonces las probabilidades p_1 y p_2 pueden estimarse de:

$$p_1 = \frac{A}{A+D} \quad (60)$$

$$p_2 = \frac{B}{B+C}$$

Así, la codificación indicadora (vector de información) de los datos blandos tipo A requiere de estimar las dos probabilidades p_1 y p_2 . En el caso de los datos duros, estos se distinguen porque $p_1 = 1.0$ y $p_2 = 0.0$. De esta forma, la codificación de indicadores propuesta toma en cuenta la incertidumbre asociada a cada tipo de información.

La calibración de datos blandos tipo B para el caso de intervalos, podemos usar la formulación indicadora de Wingle (1997), donde el rango de valores de $Z(X)$, $[Z_{\text{Min}}, Z_{\text{Max}}]$, es discretizado en c_i clases, $i=1, 2, \dots, K+1$. Así, el kriging indicador puede ser planteado como un kriging de clases o intervalos, reduciendo los problemas de estimación asociados a valores umbrales. Bajo la consideración de intervalos (clases o conjuntos), podemos usar el dispersograma entre Y y Z para estimar las probabilidades p_1 y p_2 asociadas a cada intervalo (Figura 22):

$$p_1 = \frac{E}{D+E+F} \quad (61)$$

$$p_2 = \frac{B+H}{A+B+C+G+H+I}$$

La estimación de p_1 y p_2 definida en las relaciones (82) es independiente de codificar la variable $Z(X)$ en clases y puede ser utilizada para cualquier intervalo que se defina, generando así la función de verosimilitud indicadora para los datos blandos tipo B. La codificación, con incertidumbre, de estos datos requiere de p_1 y p_2 .

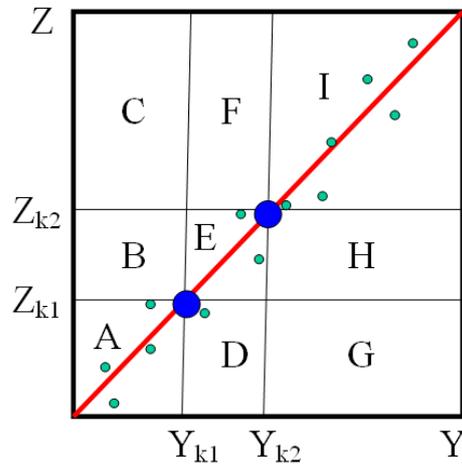


Figura 22. Dispersograma entre Y y Z para estimar p_1 y p_2 de datos blandos tipo B.

Para la calibración de datos blandos tipo C y se considera una región de análisis cualquiera, la cual puede ser dividida en zonas representando comportamiento más o menos homogéneas (decisión de estacionariedad) de las variables de interés podemos definir una variable indicadora de categorías o clases (Figura 23).

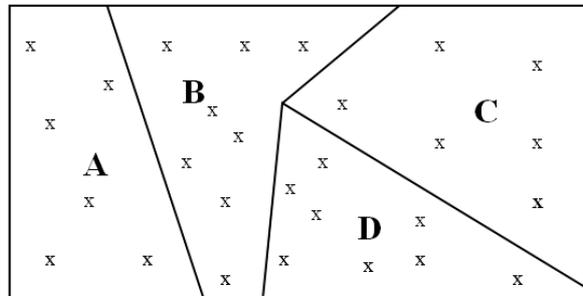


Figura 23. Zonificación de una región de análisis (las x representan sitios de muestreo)

Si en la región de análisis se cuenta con datos muestrales suficientes, podemos definir en cada zona o clase una distribución de probabilidad *a priori* usando la información muestral. Así, los indicadores (variando de 0 a 1) pueden ser calibrados en forma más local o en función de clases taxonómicas establecidas por algún criterio y que reduzca la incertidumbre asociada a las estimaciones $Z(X)$.

En la estimación de la relación entre datos blandos y duros y para el caso general de la relación lineal entre Y y Z tenemos que:

$$Z = a + bY_t \quad (62)$$

donde Y_t es cualquier transformación de Y que produzca una relación lineal con Z . La constante aditiva a puede ser filtrada fácilmente restándosela a Y_t (relación inversa entre Y_t y Z), para contar con una relación lineal que pase por el origen.

Para que la pendiente sea igual a uno (línea a 45 grados), es necesario hacer que las medias de Y_t y Z sean iguales. En el caso del análisis multifractal (Paz, 2006), esto es hecho en forma estándar al normalizar las variables como paso inicial (medias igual a uno), por lo que debe realizarse un proceso similar para el caso del análisis geoestadístico. Así, la relación queda como:

$$Z = Y_t \quad (63)$$

que está implicada en la discusión de las Figuras 22 y 23 para estimar las probabilidades p_1 y p_2 .

La relación general dada por (63) puede generalizarse para considerar el caso de un análisis multivariado de regresión, donde Y_t representa:

$$Y_t = b_1Y_1 + b_2Y_2 + \dots + b_mY_m \quad (64)$$

La relación (64) puede representar todo tipo de transformaciones no lineales sobre las variables secundarias Y_i . Así, se puede usar todo tipo de herramientas de la estadística uni o multivariada para estimar una relación (lineal) entre la información indirecta disponible y la variable de interés Z . Esto permite explotar todo tipo de información para evaluar las estimaciones con información indirecta y codificar los resultados como datos blandos tipo A.

Para el caso de variables codificadas como indicadoras (clases o categorías), podemos utilizar la regresión logística binaria para estimar probabilidades en forma directa:

$$\pi_i = \ln\left(\frac{1}{1-p_i}\right) = a + b_1X_1 + \dots + b_mX_m \quad (65)$$

Donde las probabilidades pueden calcularse de:

$$p_i = \frac{\exp(\pi_i)}{1 + \exp(\pi_i)} \quad (66)$$

Así, podemos estimar las probabilidades de los errores de clasificación p_1 y p_2 para variables categóricas, construyendo un diagrama similar al usado para las variables continuas.

Para poder contar con métodos que reduzcan la necesidad de modelar las funciones de covarianza simples y conjuntas, podemos utilizar varias hipótesis tipo Markov (Journel, 1999). Una hipótesis tipo Markov puede ser establecida como “la información dura $I_Z(X,z)$ filtra cualquier información blanda co-localizada”. Esto es, si en un punto se cuenta con información dura y blanda, solo se usara la información dura. Una hipótesis simétrica a la anterior puede ser establecida en el sentido de que la información blanda filtra a la dura, adecuado bajo consideraciones donde el soporte muestral de la información blanda es mayor que el de la información dura, siendo así mas informativo de los aspectos locales del punto a estimar.

El uso de información blanda en los sistemas kriging ha sido considerado por Diamond (1988) para el caso de intervalos y por Rostov y Dubrule (1986) para el caso de desigualdades. Emery (2003) discuten la incorporación de información blanda dentro del método del kriging disyuntivo. El sistema kriging discutido en este apartado es el denominado kriging blando (Journel, 1986), generalizado por las hipótesis tipo Markov y por el uso del método de actualización de probabilidades del marco bayesiano. Así, el método de estimación puede denominarse como kriging indicador bayesiano.

El sistema kriging debe considerar las siguientes fuentes de información:

- Datos duros indicadores locales $I(X,z)$ originados de datos duros locales $Z(X)$, continuos o categóricos.
- Datos blandos tipo A originados de la variable primaria o de variables secundarias o indirectas estimadas o medidas en $Z(X)$
- Datos blandos tipo B originados de intervalos de la variable primaria o de variables secundarias o indirectas estimadas o medidas en $Z(X)$
- Datos blandos tipo C originados de distribuciones de probabilidad de la variable primaria o de variables secundarias o indirectas estimadas o medidas en $Z(X)$, tanto a escala local (zonas o categorías) como global (toda la región).

En cualquier localización X en la región de análisis, la información *a priori* de $Z(X)$ es caracterizada por cualquiera de los cuatro tipos de información presentados.

En el caso de que en algún punto X exista más de una fuente de información, se puede utilizar un criterio que defina el dato con menor incertidumbre como el que debe ser retenido (codificación inicial de los datos muestrales):

- Si hay un dato duro y datos blandos co-localizados, solo es necesario retener el dato duro y no codificar la información muestral de los datos blandos.
- Si solo hay datos blandos co-localizados, solo es necesario retener el dato blando con menor incertidumbre (p_1)

Para la información tipo cualitativo caso de conjuntos se requiere que el sistema de clases (conjuntos) dentro del universo de clases, sea exhaustiva y disjunta. Esto es, se requiere del conocimiento de todas las clases y que estas no se traslapen entre si.

Una relajación del marco teórico de la estadística es considerar en forma explícita la existencia de la ignorancia. Esto es, podemos definir una clase adicional denominada ignorancia, la cual representa los problemas de clasificar un objeto en forma indeterminada o simplemente la falta de conocimiento de todas las posibles clases dentro del universo (de discurso en este marco teórico). La clase de la ignorancia puede representar mezclas de clases de cualquier orden. Por ejemplo, una estimación o medición de una variable blanda puede dar información que no hace posible asignarla, con conocimiento perfecto, a algún intervalo específico (conjunto) y solo a mezclas de ellos. La teoría matemática de la evidencia de Dempster-Shaffer (Shaffer, 1976) nos permite considerar la situación descrita.

En otra perspectiva, considerando conocimiento perfecto de todas las clases dentro del universo de análisis, podemos considerar la vaguedad en la definición de las clases. Por ejemplo, podemos definir una zona denominada “suelo muy orgánico” usando el juicio de un experto. El término lingüístico “suelo muy orgánico” implica una vaguedad en la pertenencia a ese conjunto de las observaciones de la materia orgánica. Así, las clases del universo pueden ser relajadas para considerar indefinición (vaguedad) y traslape entre ellas. La teoría de los conjuntos borrosos (Zadeh, 1965) nos brinda las herramientas para considerar la situación descrita.

En una perspectiva más general, es posible el desarrollo de una teoría general de la información que fusione el marco teórico de la estadística, de la teoría de la evidencia y de los conjuntos borrosos en un esquema que permita incorporar todo tipo de información, con su definición particular de “incertidumbre”, en forma lógica y consistente. Este desarrollo será considerado en futuros proyectos.

La integración de la geoestadística con la teoría de los conjuntos borrosos, con algunas generalizaciones, ha sido discutida por Paz (1987 y 1989) y por Diamond (1989). Los intervalos son un caso particular de la teoría de los conjuntos borrosos y de la teoría de la probabilidad, por lo que pueden ser más fácilmente incorporados en las estimaciones geoestadísticas (Diamond, 1988).

El marco teórico presentado anteriormente es la base de la geoestadística indicadora bayesiana (GIB), el cual es un esquema de integración de todas las fuentes de información (misma escala) disponibles en un proceso de estimación.

Aunque la geoestadística indicadora es una realidad una técnica multi-lineal de estimación, es posible generalizarla para que incorpore el caso no lineal en forma explícita.

6.- Bases para el uso de una geoestadística indicadora bayesiana generalizada

Desde la perspectiva de la teoría de los procesos multifractales, no lineal, las variaciones espaciales y el efecto de escala son dos manifestaciones del mismo fenómeno de intermitencia (Paz, 2006). Considerando los objetivos de desarrollar una relación que permita pasar de la escala puntual (soporte muestral finito) de la información edafológica de los sitios de muestreo existentes en México a la escala del sensor AVHRR (resolución del píxel de 1 km x 1 km a ñadir) a bordo de la constelación de satélites NOAA (Figura 24),

es necesario fusionar el marco teórico de la geoestadística indicadora bayesiana con el de la teoría de los procesos multifractales.

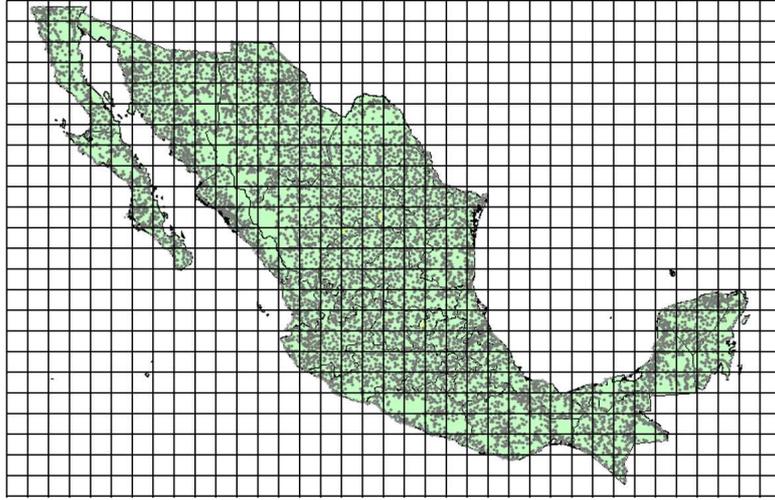


Figura 24. Esquema del problema de escalar información edafológica terrestre (puntos grises, magnificados) a la dimensión del sensor AVHRR (retícula).

Considerando el caso de una región de análisis cualquiera, donde la escala más externa (mayor) esta dada por L y ésta es dividida en segmentos iguales de longitud l (soporte muestral en un muestreo exhaustivo de la región de análisis). La razón de escala $\lambda=L/l$, $\lambda>1$, está dentro del rango $1 \leq \lambda \leq \Lambda$, donde $\Lambda=L/l_{\min}$, y l_{\min} la escala mínima del proceso multifractal.

Asimismo, considerando a la variable Z (densidad = concentración/espacio), a la escala L , con $\lambda=L/L=1$, la podemos normalizar para que su promedio sea uno:

$$\phi_1 = \frac{Z_1}{E[Z_1]} \quad (67)$$

La densidad a la escala λ es transferida multiplicativamente a la escala inferior siguiendo un proceso conservativo, de tal forma que el promedio se conserva a todas las escalas definidas:

$$E[\phi_\lambda] = 1, \forall \lambda \quad (68)$$

La escala superior modula en forma multiplicativa la transferencia de densidad a la escala inferior a través de generadores estocásticos:

$$\phi_\lambda = \lambda^\gamma \phi_1 = \lambda^\gamma \quad (69)$$

donde γ es el generador u orden de singularidad del proceso. De la ecuación (69) el orden de singularidad esta dado por:

$$\gamma = \frac{\log(\phi_\lambda)}{\log(\lambda)} \quad (70)$$

El proceso multifractal tiene una distribución de probabilidad dada por:

$$\Pr\{\phi_\lambda \geq \lambda^\gamma\} \approx \lambda^{-C(\gamma)} \quad (71)$$

donde Pr es la probabilidad y el signo \approx significa igualdad dentro de factores constantes o variando lentamente (tal como la función logarítmica). La función $C(\gamma)$ es la codimensión del proceso y está dada por:

$$C(\gamma) = d - D(\gamma) \quad (72)$$

donde d es la dimensión del proceso (d = 2 en el caso bidimensional) y $D(\gamma)$ es la dimensión fractal asociada al orden de singularidad γ .

6.1.- Interpretación geométrica de las probabilidades multifractales

La función de probabilidad dada por la relación (71) la podemos poner en el formato de la teoría geoestadística como:

$$\Pr\{\phi_\lambda \leq \lambda^\gamma\} = 1 - \Pr\{\phi_\lambda \geq \lambda^\gamma\} = 1 - a(\lambda)\lambda^{-C(\gamma)} \quad (72)$$

donde el signo de aproximación fue cambiado por el de igualdad al utilizar un prefactor $a(\lambda)$, el cual varía lentamente con la escala λ .

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \frac{a(b\lambda)}{a(\lambda)} = 1, \quad \forall b > 0 \quad (73)$$

Ahora bien, considerando a un valor umbral k de la variable normalizada, asociado a una singularidad γ_k , podemos re-escribir la ecuación (100) como:

$$\Pr\{\phi_\lambda \leq \phi_k^\lambda\} = 1 - a(\lambda)\lambda^{-C(\gamma_k)} \quad (74)$$

que tiene un formato similar al usado en geoestadística.

Dejando la escala fija (soporte muestral fijo), podemos definir una función indicadora escalante como:

$$I_k^\lambda(X) = \begin{cases} 1, & \text{si } \Pr\{\phi_\lambda(X) \leq \phi_k^\lambda\} \\ 0, & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (75)$$

La Figura 25 muestra en forma grafica el caso de la función indicador inversa dada por (103) para una escala $\lambda_1=l_1/L$, donde los cuadros ($l_1 \times l_1$) rellenos implican que la función indicadora vale 1.

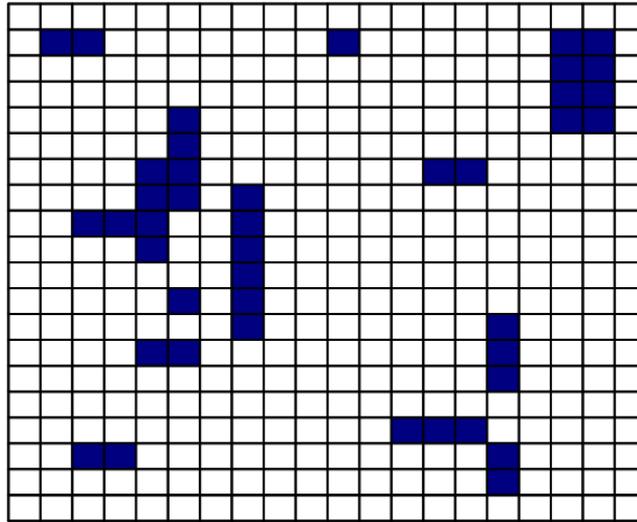


Figura 25. Función indicadora inversa para un soporte muestral l_1 y un valor umbral k .

La Figura 26 muestra el mismo caso de la Figura 22 (mismo umbral k), pero para un soporte muestral l_2 (escala $\lambda_2=l_2/L$), $l_2 > l_1$.

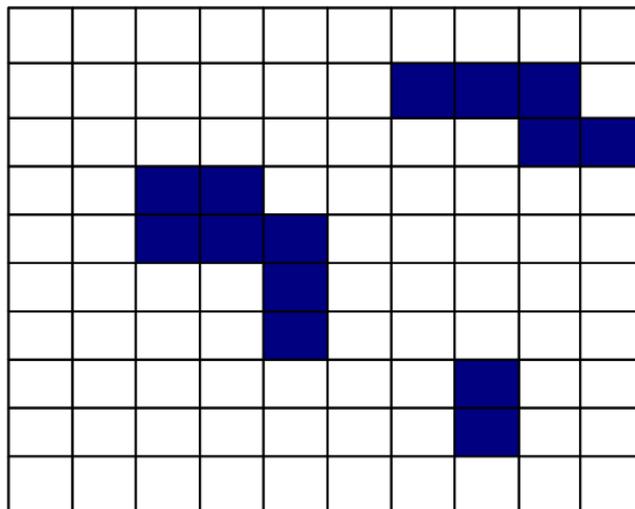


Figura 26. Función indicadora inversa para un soporte muestral l_2 y un valor umbral k .

El esquema presentado en las Figuras 25 y 26 muestra que el espacio ocupado por un indicador (inverso) varía con la escala de observación. Cuanto mayor sea el soporte muestral (la escala siendo menor), la variabilidad espacial del indicador será menor, por efecto del promedio en un soporte muestral mayor.

Ahora bien, de las Figuras 25 o 26, el número total de cuadros de dimensión $l \times l$ está dado por:

$$N_T = \frac{L^d}{l^d} = \lambda^d \quad (76)$$

Donde d es la dimensión del espacio euclidiano de análisis ($d=2$ en nuestro caso).

El numero total de indicadores que cumplen la condición inversa de (75) es:

$$N_k = a\lambda^{D(\phi_k)} \quad (77)$$

donde se ha supuesto que la función indicadora inversa tiene un comportamiento fractal, caracterizado por la dimensión fractal D , asociada al valor umbral k .

Así, la distribución de probabilidad del indicador inverso esta dada por:

$$1 - I_k^\lambda = \Pr\{\phi_\lambda \geq \phi_k^\lambda\} = \frac{N_k}{N_T} = a\lambda^{C(\phi_k)} \quad (78)$$

De la relación (78), resulta claro que el establecimiento de la relación multifractal dada por (71) puede ser estimada a través de indicadores (distribuciones de probabilidad), usando un sistema kriging indicador.

En la teoría de procesos multifractales se requiere contar con información exhaustiva (malla definida a una escala), por lo que para procesos edafológicos especializados es necesario primero realizar estimaciones, no lineales, para todos los puntos del espacio sin información. Las estimaciones deberán tener las mismas características de los procesos multifractales.

Así, bajo la perspectiva multifractal, el definir las funciones de estructura a una escala fija (soporte muestral), nos permite realizar estimaciones a esa escala. Conocida la función de codimensión del proceso, necesaria para realizar interpolaciones, podemos usarla para hacer cambios de escala de las estimaciones realizadas como ya se discutió en las gráficas y cuadro de cambio de COS al variar γ .

6.2.- Punto de fusión de las estimaciones geoestadísticas y las funciones multi-escalantes

El problema de estimación en geoestadística dado por el sistema (29), requiere del conocimiento de los momentos estadísticos de orden $q=2$:

$$E\{[Z^*(X) - Z(X)]^2\} = E\{[Z^*(X)]^2\} + E\{[Z(X)]^2\} - 2E[Z^*(X)]E[Z(X)] \quad (79)$$

En Paz (2006) se presentó una función generalizada de momentos estadísticos de orden q cualquiera, para el caso de las diferencias de variables separadas una distancia h $\{Z(X) - Z(X+h)\}^q$, que define un variograma generalizado de orden q . Así, para poder definir la fusión de la teoría geoestadística con la de los procesos multifractales, es necesario:

- Establecer función de covarianza generalizadas de orden q .
- Usar, como primera aproximación, la teoría de estimación de la geoestadística (kriging indicador bayesiano) definiendo una relación entre los momentos generalizados y las estimaciones de orden $q=2$ de la geoestadística. Así, el método kriging puede ser usado en forma directa.

Siguiendo el planteamiento del método kriging, en los procesos multifractales sería necesario minimizar una función de orden q (fraccional o entero):

$$\min\{E\{[Z^*(X) - Z(X)]^q\}\} \quad (80)$$

aunque queda el problema teórico de definir cual orden q utilizar o si al minimizar un momento de orden q se logra una optimización global.

Una manera de evitar el problema de la alta erraticidad (intermitencia) asociada a los procesos multifractales, es usar el orden de singularidad γ como variable a estimar, usando para esto la transformación definida por la relación (80). El caso de los valores iguales a cero puede ser resuelto utilizando un valor mínimo cercano a cero.

7.- Conclusiones

Como se ha indicado la estrategia de desarrollo puede resumirse en los siguientes puntos:

- Estimación del COS al centro de una malla (puntos de muestreo)
- Cambio de escala de puntos de muestreo a píxeles
- Relación de COS con reflectancias
- Inventarios a escala de píxeles
- Uso de información de contexto para interpolación/cambio de escala
- Inventario nacional a escala AVHRR, MODIS y LANDSAT/SPOT.
- Mapas de suelos, degradación, series, topografía, experiencia, etc.

8.- Referencias

Aynekulu, E. 2003. Analysis of Soil-Vegetation Interaction in Relation to Soil Carbon Sequestration (A case study in Serowe, Botswana). Thesis Master of Science in Geoinformation Science and Earth Observation, Land Degradation and Conservation.

- International Institute for Geo-information Science and Earth. Enschede, The Netherlands. 123 pp.
- Baret, F.; Jacquemoud, S. y Hanocq, J.F., 1983, The soil line concept in remote sensing, *Remote Sensing Reviews*, 7:65-82.
- Chabrillat, S., Goetz, A.F.H., Krosley, L. y Olsen, H.W. 2002. Use of hyperspectral images in the identification and mapping of expansive clay soils and the role of spatial resolution, *Remote Sens. Environ.*, 82, 431-445.
- Chandrasekhar, S., 1960, *Radiative transfer*, Dover, New York.
- Coleman, T.L. y Tadesse, W. 1995. Differentiating soil physical properties from multiple band DOQ data, *Soil science*, 160, 81-91.
- Conteh A. 1999. Evaluation of the paired site approach to estimating changes in soil carbon. Discussion Paper 3, of Appendix 6 to Technical Report No. 2 (Australian Greenhouse Office: Canberra).
- Echball, B., Schepers, J.S., Neghban, M. y Schlemmer, M.R., 2003, Spatial and temporal variability of soil nitrate and corn yield: multifractal analysis, *Agronomy Journal*, 95:339-346.
- Eswaran, H., Van den Berg, E., Reich, P., and Kimble, J. 1995. Global Soil Carbon Resources. In Lal, R., Kimble, J., Levine, E., and Stewart, B. A. (eds.), *Soils and Global Change*, CRC Lewis Publishers, Boca Raton.
- Etchevers, J.D., O. Maser, C. Balbontín, D. Gómez, A. Monterroso, R. Martínez, M. Acosta, M. Martínez, C. Ortiz. 2006. Soil Carbon Sequestration in Mexico and Central America (Biome A). In: *Carbon Sequestration in Soils of Latin America*. Lal, R. Cerri, C., Bernoux, M. Etchevers, J. Cerri, C. (Eds) 2006. The Haworth Press, Inc.
- Fernández, R.N. y Schulze, D.G. 1987. Calculation of soil color from reflectance spectra, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 51, 1277-1282.
- Fox, G. A. y Sabbagh, G.J. 2002. Estimation of soil organic matter from red and near-infrared remotely sensed data using a soil line euclidean distance technique, *Soil Science Society of America Journal*, 66:1922-1929.
- García-Oliva, F. y O.R. Maser. 2004. Assessment and measurement issues related to soil carbon sequestration in Land-Use, Land-Use Change, and Forestry (LULUCF) Projects under the Kyoto Protocol. *Climatic Change* 65: 347-364.
- González, F. 2000. La condición actual de los recursos forestales en México: resultados del inventario forestal nacional 2000. *Boletín del Instituto de Geografía* núm. 43: 183-203. Investigaciones Geográficas, UNAM.
- Goovaerts, P. 1999. Geostatistics in soil sciences: state-of-the-art and perspectives, *Geoderma*, 89:1-45.
- Goovaerts, P. 2001. Geostatistical modeling of uncertainty in soil science, *Geoderma*, 103:3-26.
- Goovaerts, P., 1997, *Geostatistics for natural resources estimation*, Oxford University Press, New York, 512 pp.
- Goovaerts, P., 2000. Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall, *Journal of Hydrology*, 228: 113-129.
- Halsey, T.C., Jensen, M.H., Kadanoff, L.P., Procaccia, I. y Shraiman, B. 1986. Fractal measures and their singularities: the characterization of strange sets, *Physical Review A*, 33:1141-1151.

- Herderson, G.S. 1995. Soil organic matter: A link between forest management and productivity. I: Carbon form and functions in forest soils. (Eds.) J.M. Bigham & J.M. Bartels. Soils Science Society of America Inc, Madison, Wisconsin USA. 419 - 435.
- INEGI. 2004. Información Nacional sobre Perfiles de Suelo, Versión 1.2. ISBN 970-13-2557-5.
- INEGI.1980. Cartografía de uso del suelo y vegetación Serie I, 1976. Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. México.
- IPCC. 2003. Intergovernmental Panel on Climate Change. Good Practice Guidance for Land Use, Land-Use Change and Forestry. Edited by Jim Penman, Michael Gytarsky, Taka Hiraishi, Thelma Krug, Dina Kruger, Riitta Pipatti, Leandro Buendia, Kyoko Miwa, Todd Ngara, Kiyoto Tanabe and Fabian Wagner. Published by the Institute for Global Environmental Strategies (IGES) for the IPCC.
- IPCC-Intergovernmental Panel on Climate Change. 1996. Climate Change 1995. Impact Adaptations and Mitigation of Climate Change: Scientific-technical analyses. R. Watson, M. Zinyowera and R. Moss (eds). Cambridge University Press, UK.
- IPCC-Intergovernmental Panel on Climate Change. 2001. Technical Summary. Climate Change 2001: Mitigation. A Report of Working Group III of the Intergovernmental Panel on Climate Change (<http://www.ipcc.ch/pub/wg3TARtechsum.pdf>; consulted Julio 31.2001).
- Isaaks, E. y Srivastava, R.M., 1988. Spatial continuity measures for probabilistic and deterministic geostatistics, *Mathematical Geology*, 20: 313-341.
- Isaaks, E. y Srivastava, R.M., 1989. *Applied geostatistics*, Oxford University Press, New York, 561 pp.
- Journel, A.G. y Huijbregts, C. 1978. *Mining Geostatistics*, Academic Press, New York, 600 pp.
- Kravchenko, A., Boast, C.W. y Bullock, D.G.1999. Multifractal analysis of soil spatial variability, *Agronomy Journal* 91:1033-1041.
- Kuusk, A., 1991, Determination of Vegetation Canopy Parameters from Optical Measurements, *Remote Sens. Environ.*, 37, 207-218
- Kuusk, A., 1994, A Multispectral Canopy Reflectance Model, *Remote Sens. Environ.*, 50, 75-82
- Kuusk, A., 1995, A markov Chain Model of Canopy Reflectance, *Agric. For. Meteorol.*, 76, 221-236
- Lal, R., Kimble, J., and Follett, R. 1998. Land Use and Soil C Pools in Terrestrial Ecosystems. In: Lal, R., Kimble, J., Follett, R. F., and Stewart, B. A. (eds.), *Management of Carbon Sequestration in Soil*, CRC Lewis Publishers, Boca Raton.
- Lobell D., and G. Asner. 2002. Moisture effects on soil reflectance. *Soil Scientific American Journal* 66: 722-727.
- Matheron, G., 1989. *Estimating and choosing - an essay on probability in practice*, Springer-Verlag, Berlin, 141 pp.
- Palacios, J.L., G. Bocco, A. Velásquez, J. F. Mas, F. Takaki, A. Victoria, L. Luna, G. Gómez, J. López, M. Palma, I. Trejo, A. Peralta, J. Prado, A. Rodríguez, R. Mayorga y Palacios-Orueta, A. y Ustin, S.L. 1996. Multivariate statistical classification of soil spectra, *Remote Sens. Environ.*, 57, 108-118.
- Parisi, G. y Frisch, U. 1985. A multifractal model of intermittency, In: M. Gil, R. Benzi y G. Parisi (Edits.), *Turbulence and Predictibility in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics*, North Holland, Amsterdam, 84-88

- Paz, F. 1987. Confiabilidad de las estimaciones geoestadísticas usando diferentes soportes no-geométricos, XVII Convención Nacional de la A.I.M.G.M.M.A.C., Acapulco, Guerrero.
- Paz, F. 1989. Hibridización de la geoestadística, Taller de Geoestadística, IV Foro Nacional de Estadística, Monterrey, N.L.
- Paz, F. 1989. Limitaciones dimensionales del muestreo de campos aleatorios, Taller de Geoestadística, IV Foro Nacional de Estadística, Monterrey, N.L.
- Paz, F. 1990. Introducción a la evaluación fractal de reservas mineras (geoestadística fractal), Notas de Curso Intensivo, Escuela de Ingeniería, Universidad de Sonora, Hermosillo, Sonora, 65 pp.
- Paz, F. 2006. Análisis escalante temporal de estaciones tipo: funciones de estructura. Reporte Enero. AGROASEMEX, 42 pp.
- Paz, F., Palacios, L.A., Palacios, E., Martínez, M. y Mejía, E. 2003. Un índice de vegetación sin efecto atmosférico: IVPP, In: A. de Alba, L. Reyes y M. Tiscareño (Eds.), Memoria del Simposio Binacional de Modelaje y Sensores Remotos en Agricultura México-USA, INIFAP-SAGARPA, Aguascalientes, México, pp. 46-51
- Paz, F., Balbontín, C., Etchevers, J., Martínez, M. y Ortiz, C. 2006. Análisis multifractal del carbono en los suelos de México: 3. Estimaciones Escalantes. Rev. Terra. (en prensa)
- Paz, F., Palacios, E., Mejía, E., Martínez, M. y Palacios, L.A. 2005. Análisis de los espacios espectrales de la reflectividad del follaje de los cultivos. *Agrociencia*: 39:293-301.
- Paz, F., Palacios, E., Palacios, L.A., Tijerina, L. y Mejía, E. 2005. Correcciones atmosféricas usando patrones invariantes en el espacio del rojo e infrarrojo cercano. *Revista Latinoamericana de Recursos Naturales*. 1: 51-64.
- Paz, F., Palacios, L.A. y Palacios, E. 2005. Índices espectrales de los cultivos en la estimación de la evapotranspiración: alcances y limitaciones, Memorias del V Congreso Nacional de Aguas Subterráneas. Hermosillo, Sonora, México.
- Post, W. M., Pastor, J., King, A. W., and Emanuel, W. R. 1990. Aspects of the Interaction between Vegetation and Soil under Global Change', in Wisniewski, J. and Lugo, A. E. (eds.), *Natural Sinks of CO₂*, Kluwer Academic Publs., Palmas de Mar, Puerto Rico, pp. 345-363.
- Schlesinger, W. H. 1991. *Biogeochemistry. An Analysis of Global Change*, Academic Press, New York, p. 441.
- Schlesinger, W. H. 1999. Carbon And Agriculture: Carbon Sequestration in Soils. *Science* 284:2095.
- Schomberg, H. H., J. A. Stuedemann, A. J. Franzluebbbers, and S. R. Wilkinson. Spatial distribution of extractable phosphorus, potassium, and magnesium as influenced by fertilizer and tall fescue endophyte status. *Agron. J.* 92: 981-986
- SEMARNAT-CP, Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales y Colegio de Postgraduados 2001-2002. Memoria Nacional. Evaluación de la Degradación de los Suelos Causada por el Hombre en la República Mexicana, a escala 1:250,000. México, D. F.
- Stein, A., J. Brower, and J. Bouma. 1997. Methods for comparing spatial variability patterns of millet yield and soil data. *S.S.S.A.J.* 61:861-870.
- Stoner, E. R., and M. F. Baumgardner. 1981. Characteristic variations in reflectance of surface soils. *Soil Scientific American Journal* 45: 1161-1165.

- Stringham, T.K., W.C. Krueger, and P.L. Shaver. 2001. States, transitions and thresholds: Further refinement for rangeland applications. Special Report 1024. Agricultural Experiment Station, Oregon State University, Corvallis OR, USA. <http://www.ftw.nrcs.usda.gov/glti/pubs.html>.
- Trangmar, B. B., R. S. Yost, M. K. Wade, G. Uehara, and M. Sudjadi. 1987. Spatial variation of soil properties and rice yield on recently cleared land. *S.S.S.A.J.* 51:668-674.
- Tugel, A.J., Brown, J.R. State And Transition Ecosystem Models: Application to Soil Survey and Dynamic Soil Properties Databases. Proceedings of The Washington National Cooperative Soil Survey Work Planning Conference. 2001. P. 194-201.
- Velázquez, A., J.F. Mas, J.L. Palacio, J.R. Díaz, R. Mayorga, C. Alcántara, R. Castro y T. Fernández 2002. Análisis de cambio de uso del suelo. Informe técnico. Convenio INE-Instituto de Geografía, UNAM.
- Verhoef, W. 1984. Light scattering by leaf layers with application to canopy reflectance modeling: The SAIL model. *Remote Sens. Environ.* 16: 125-141.
- Warrick, A. D., D. E. Myers, and D. R. Nielsen. 1986. Geostatistical methods applied to soil science. p 5-82. In Klute *et al.* (ed.) *Methods of soil analysis*. Part 1. 2nd ed. Agron. Monogr. 9. ASA and SSSA, Madison, WI.
- Westoby, M., B. Walker, and I. Noy-Meir. 1989. Opportunistic management for rangelands not at equilibrium. *Journal of Range Management* 42:266-274.